UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
MESTRADO EM EDUCAÇÃO
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

LEANDRA GONÇALVES DOS SANTOS

INTRODUÇÃO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO: UM OLHAR SOBRE PROFESSORES E LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA

VITÓRIA
2007
LEANDRA GONÇALVES DOS SANTOS

INTRODUÇÃO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO: UM OLHAR SOBRE PROFESSORES E LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Educação da Universidade Federal do Espírito Santo como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Educação, na área de concentração em Educação Matemática.

Orientadora: Prof.ª Dra. Vânia Maria Pereira dos Santos-Wagner

VITÓRIA

2007

FOLHA DE CATALOGAÇÃO

Santos, Leandra Gonçalves dos.

Introdução do pensamento algébrico: um olhar sobre professores e livros didáticos de matemática / Leandra Gonçalves dos Santos. – Universidade Federal do Espírito Santo - 2007.

p. 198, il.

1. Educação. 2. Educação Matemática. 3. Álgebra. 1. Pensamento algébrico. 4. Santos-Wagner, Vânia Maria Pereira dos.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

INTRODUÇÃO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO: UM OLHAR SOBRE PROFESSORES E LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA

Área de Concentração: Educação
Linha de Pesquisa: Educação Matemática

Aprovada em 28 de setembro de 2008.

Comissão Examinadora:

_____
Profª. Dra. Vânia Maria Pereira dos Santos-Wagner
(Orientadora e presidente da mesa – UFES)

_____
Profª. Dra. Circe Mary Silva da Silva Dynnikov
(Membro – UFES)

_____
Prof. Dr. Antônio Henrique Pinto
(Membro – CEFETES)

_____
Profª. Dra. Maria Laura Magalhães Gomes
(Membro - UFMG)

Dedico este trabalho à minha família e a todos os que de alguma forma contribuíram para esta vitória.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, Autor e Consumador da minha fé, que me guiou e me sustentou em mais esta etapa da minha vida, e que se mostrou fiel e bondoso em cada uma de suas promessas. Obrigada, Jesus!

Aos meus pais, Luiz e Dalcemir – apoio em tempo oportuno e sempre necessário. Vocês fortalecem as minhas raízes e me impulsionam a cada instante para a continuação de minhas propostas. Este trabalho é fruto do amor que me demonstram a cada dia. Mãe, pai - Amo vocês! Muito obrigada por tudo!

Aos meus irmãos – Dalcirléa, Dalcemar, Luizmir, Elaine – obrigada por entender a minha ausência nos momentos que precisaram dialogar, confraternizar e querer minha parceria. Amo vocês!

À Sandra Aparecida Fraga, sua ajuda tanto no início deste trabalho quanto na elaboração final foram marcantes. Que Deus te abençoe!

Aos professores e autores pesquisados, sinceros agradecimentos.

Não posso deixar de agradecer também aos meus mestres, em especial à minha orientadora – Vânia Maria Pereira dos Santos-Wagner. Obrigada pelo apoio, paciência, instrução, palavras de carinho e incentivo, principalmente na reta final! E aos meus parentes e amigos que direta ou indiretamente contribuíram para a realização de mais um sonho. Vocês são muito especiais para mim!

RESUMO

Este trabalho de mestrado com foco na Educação Matemática vincula-se ao Programa de Pós Graduação em Educação do Centro de Educação da Universidade do Espírito Santo. Nesta pesquisa estudamos a introdução do pensamento algébrico nos livros didáticos de matemática, e a influência que sua abordagem e o discurso dos autores causam no ensino e aprendizagem da álgebra em sala de aula. Examinamos também a influência dos livros didáticos na concepção algébrica do professor e em suas ações pedagógicas. A motivação para o estudo desse tema deu-se pelas dificuldades encontradas na aprendizagem da álgebra enquanto aluna do Ensino Fundamental, Médio e Superior. A relevância de pesquisar tal assunto está embasada em pesquisas nacionais e internacionais que divulgaram informações que muitos alunos têm dificuldades em aprender álgebra e por isso se sentem desmotivados em aprender a matemática. A metodologia fundamenta-se na pesquisa qualitativa numa perspectiva etnográfica. As análises objetivam essencialmente identificar e caracterizar a forma como a álgebra é apresentada nos manuais didáticos e como docentes e discentes são influenciados por essa apresentação. O estudo baseia-se na análise dos discursos de professores de escolas municipais, sendo dois de Vitória e um de Cariacica, os quais foram acompanhados na pesquisa de campo que durou aproximadamente sete meses. E também nas informações orais e escritas de alguns de seus alunos que foram colhidas ao longo da pesquisa. Ao mesmo tempo analisávamos o conteúdo dos manuais didáticos e o discurso dos autores dos livros adotados pelas escolas, sendo estes entrevistados via e-mail e pessoalmente. O acompanhamento consistiu em estabelecer diálogos com professores e alunos sobre as dificuldades no ensino e aprendizagem da álgebra e sobre o entendimento do professor em relação ao desenvolvimento do pensamento algébrico. Os dados foram coletados basicamente através de questionários e entrevistas semi-estruturadas, a partir da definição do estudo piloto com os três professores. Da análise dos dados evidenciou-se alguns aspectos de como os docentes pesquisados concebem o ensino da álgebra, suas crenças algébricas e como estas estão impregnadas de mitos, conjecturas e preconceitos devido à formação acadêmica que tiveram e à forma simplificada como a álgebra tem sido apresentada ao longo dos tempos. Notadamente as ações pedagógicas desses professores refletem um currículo prescrito e/ou influenciado pelo livro didático. A partir desse estudo e das leituras realizadas foram colocadas algumas sugestões de atividades nas considerações finais buscando dar uma contribuição para o desenvolvimento do pensamento algébrico do aluno. Fizemos isso porque acreditamos que uma exploração do LD de forma mais sábia e mais consciente pelo professor pode ser fundamental no seu trabalho de álgebra, onde o livro não permaneça sendo a única ferramenta utilizada pelo professor no ensino da matemática.

Palavras-chave: Álgebra; pensamento algébrico; livro didático.

ABSTRACT

This work from master program with a focus on mathematics education is linked to the graduate program of education from Center of Education of Federal University of Espírito Santo. In this research we studied the introduction of the algebraic thinking in mathematics textbooks, and the influence that its approach and the authors' speech cause in the teaching and learning of algebra in classroom. And we also examined the influence of the textbooks in the teacher's algebraic conception and in its pedagogical actions. The motivation for the study of this theme was given by the difficulties I found in algebra learning while a pupil of elementary school, middle and high school and university. The relevance to research such subject is based in national and international investigations, which had furnished information that many pupils have difficulties in learning algebra and therefore feel not motivated to learn mathematics. The methodology is based on the qualitative research in an ethnographic perspective. The analysis essentially aims to identify and characterize the form that algebra is presented in the textbooks and how teachers and pupils are influenced by this presentation. The study is based on discourse analysis of teachers from public municipal schools, in which two teachers from Vitoria and one teacher from Cariacica, ant they had been followed in the field research for approximately seven months. And it is also based by the verbal and written information from some of their pupils which were collected during the research. At the same time we analyzed the content of the textbooks and the authors' speech of the textbooks adopted by the schools. And those authors were interviewed via email and personally. The follow-up consisted of establishing dialogues with teachers and pupils about the difficulties in teaching and learning of algebra, and about teachers' understanding of the development of algebraic thinking. The data had been collected basically through questionnaires and semi-structured interviews that were realized after the definition of the pilot study with three teachers. Data analysis showed evidence from some aspects of how teachers conceive the teaching of algebra, its algebraic beliefs and how these are impregnated from myths, conjectures and preconceptions due to initial teacher education. It also showed that this is due to the simplified form that algebra has been presented all along. Noticeably, the pedagogical actions of these teachers reflect a prescribed curriculum and/or influenced from the textbook. From this study and the readings realized some suggestions of activities had been put in the final considerations searching to contributing for the development of the pupil's algebraic thinking. We have made that because we believe that a wiser and conscious exploration of the textbook by the teacher may be fundamental to its work in algebra and mathematics in general where the textbook does not remain the only tool used in mathematics teaching by the teacher when teaching mathematics.

Keywords: Algebra; algebraic thinking; textbook.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 10
1.1 MOTIVAÇÃO E RELEVÂNCIA DO TEMA.....12
1.2 JUSTIFICATIVA.....25
1.3 PRESSUPOSTOS DE ESTUDO.....34
1.4 QUESTÕES DE INVESTIGAÇÃO.....35
1.5 OBJETIVOS 36
1.6 REFERENCIAL TEÓRICO..... 40
1.7 ESTRUTURA DO TRABALHO.....50

2 FACETAS DA ÁLGEBRA 51
2.1 NOTAS SOBRE A ÁLGEBRA 51
2.2 O ENSINO DA ÁLGEBRA NO CONTEXTO ATUAL.....58
2.3 SOBRE O PENSAMENTO ALGÉBRICO.....61
2.3.1 Enfoque Epistemológico.....63
2.3.1.1 A Álgebra como Aritmética Generalizada 65
2.3.1.2 A Álgebra como Estudo de Processos para a Resolução de Problemas.....67
2.3.1.3 A Álgebra como Expressão de Variação de Grandezas.....68
2.3.1.4 A Álgebra como Estudo de Estruturas Matemáticas 69
2.3.2 Enfoque Psicológico 71

3 METODOLOGIA 77
3.1 DELINEAMENTO DO ESPAÇO X TEMPO DA PESQUISA 77
3.2 COLETA DE DADOS 80
3.3 TRATAMENTO E ANÁLISE DOS DADOS 82

4 ESTUDO PILOTO 84
4.1 DEPOIMENTO DA PROFESSORA GABRIELA 100
4.2 DEPOIMENTO DA PROFESSORA ANA 101
4.3 DEPOIMENTO DO PROFESSOR ROBERTO 102
5 DISCURSOS DOS PROFESSORES 109
5.1 ANÁLISE DOS DISCURSOS DOS PROFESSORES 111
5.1.1 Professora Gabriela.....113

5.1.2 Professora Ana 125
5.1.3 Professor Carlos.....140
5.1.4 O que os alunos dizem 162

6 ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS.....164
6.1 DISCURSOS DOS AUTORES.....164
6.1.1 Coleção Matemática Para Todos.....166
6.1.2 Coleção Novo Praticando Matemática.....169

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....173
7.1 LIMITAÇÕES DO TRABALHO 176

8 REFERÊNCIAS.....186

SUGESTÕES DE LEITURA 195

ANEXOS.....198

1 INTRODUÇÃO

O ensino-aprendizagem da álgebra é um tema presente atualmente em vários debates no Brasil e no exterior. E um dos focos que chama muito a atenção é a possibilidade de tornar a álgebra mais significativa e motivadora para o aluno utilizando recursos que sejam eficazes e renovem o ensino. Na vida escolar a matemática costuma provocar medo, frustrações e más recordações ao aluno. Este cenário, na maioria das vezes, leva o aluno a ter dificuldades na disciplina. No entanto, a preocupação atual, foco dos debates educacionais, é a busca de métodos e processos que auxiliem a aprendizagem do aluno. Além disso, espera-se que tais métodos e processos eliminem alguns medos e frustrações que ocorrem na aprendizagem da matemática.

Acreditamos que as dificuldades encontradas no ensino e aprendizagem da álgebra perpassam a forma como ela é tratada pelos livros didáticos[1] e o modo como é abordada em sala de aula pelo professor. Muitos LD ainda trazem a álgebra de maneira simplificada e não dão o suporte necessário ao trabalho do professor em sua prática pedagógica. Ainda há manuais didáticos com uma abordagem algébrica que implica uma mecanicidade do ensino. Além do mais, muitos professores trabalham o conteúdo dissociadamente da realidade social e lógica do aluno, enfatizando a memorização, os "macetes" e as regras.

A álgebra tem lugar significativo no currículo escolar atual do Brasil, principalmente na grade do ensino fundamental de quinta à oitava série, isto é, o terceiro e o quarto ciclos. E atualmente muitos estudos, por exemplo, de Gadotti (2000), Tadeu da Silva (2000), D'Ambrósio (1996), em torno do currículo escolar, enfatizam a necessidade de um ensino que forme o cidadão. Ou seja, um ensino valorizando as necessidades dos alunos, a relação dialógica docente-discente, a adoção de uma educação como produção de conhecimentos e a relevância das condições gnosiológicas[2] da prática educativa, tais como tratam Gadotti (2000) e Edgar Morin (2004). Ademais, conforme Moacir Gadotti & José Eustáquio Romão (2004, p. 49), é necessário "defender a educação como um ato de diálogo no descobrimento rigoroso, porém por sua vez, imaginativo, da razão de ser das coisas". O que se objetiva é que a discussão do currículo de matemática não pode estar dissociada dos aspectos funcionais e práticos da disciplina.

[1] O termo livro(s) didático(s) será mencionado algumas vezes no decorrer deste trabalho como LD.
[2] Aqui entendidos como o aspecto filosófico de se tratar os limites da capacidade humana do conhecimento e dos critérios de validação desse conhecimento.

Mas apesar dos vários debates em torno do currículo de matemática e dos estudos e pesquisas sobre o assunto, acreditamos que muitos LD disponíveis no mercado ainda disponibilizam basicamente técnicas e algoritmos com seqüências de exercícios. Ainda encontra-se em manual didático o perfil do currículo tradicional e mecanicista. E infelizmente essas características são observadas como incutidas nas ações pedagógicas de professores em diversas escolas, visto que o LD continua sendo o principal instrumento utilizado em sala de aula. Tal fato já tinha sido comentado por Kieran (1992) quando revisou uma série de pesquisas sobre o ensino e aprendizagem de álgebra nos Estados Unidos e Canadá. Em seus comentários finais Kieran disse que

> os alunos experimentam dificuldades com a álgebra que é ensinada em sala de aula por seus professores e os professores ensinam a álgebra que é apresentada nos livros-texto. [...] Presentemente, o conteúdo da maioria dos livros-texto de álgebra não incorpora uma perspectiva procedimental-estrutural de aprendizagem de matemática pelos alunos, nem parece refletir como a álgebra evoluiu historicamente (1992, p. 413).

Diante disso, percebe-se que o livro didático de matemática influenciou e ainda influencia o trabalho pedagógico dos professores. Convém ressaltar, todavia, que há a necessidade de investigações cuidadosas acerca de como os professores interpretam e apresentam os conteúdos de álgebra inseridos nos manuais didáticos em suas aulas de matemática.

A comunidade matemática tem manifestado a necessidade de proporcionar aos alunos um preparo desde bem cedo com a simbolização matemática para que no futuro as dificuldades encontradas na disciplina sejam menores. Além disso, espera-se que as abordagens matemáticas sejam convergidas ao social de quem ensina e de quem é ensinado. Para melhor compreender o ensino da álgebra, a comunidade matemática tem sinalizado a relevância de "levar o aluno a encarar a Álgebra, não só como um assunto que se deve dominar, mas também como uma ferramenta que é importante saber mobilizar em diferentes situações" (Matos, Branco & Pontes, 2005, p. 54).

O desenvolvimento do pensamento algébrico como ferramenta no ensino e aprendizagem da álgebra tem sido discutido nos grupos de pesquisas e debates de várias localidades. Apesar da preocupação por parte dos profissionais da matemática com o ensino e aprendizagem da álgebra, falta muito para que mitos, medos e frustrações sejam dizimados do meio escolar e fora dele. Assim, na motivação e na justificativa deste trabalho expomos porque achamos relevante nos debruçarmos num estudo sobre a abordagem inicial de álgebra que propicie o desenvolvimento do pensamento algébrico.

1.1 MOTIVAÇÃO E RELEVÂNCIA DO TEMA

Nosso trabalho tem como motivação quatro momentos. O primeiro momento trata das indagações que eu tinha enquanto aluna do Ensino Fundamental. Observei que mesmo gostando de matemática, tirando boas notas e buscando outras fontes didáticas para aprofundar-me no estudo, não conseguia ajudar meus colegas nas dificuldades que tinham em relação à álgebra. O segundo momento trata das indagações que tinha enquanto aluna da Escola Técnica Federal do Espírito Santo (atual CEFETES). O terceiro momento trata das indagações que tive quando aluna de Licenciatura de Matemática na Universidade Federal do Espírito Santo (UFES). Nesta última etapa observei que alguns professores e autores de livros didáticos de Álgebra Linear e Cálculo exigiam conhecimentos prévios de álgebra para o estudo destas disciplinas. Observei ainda que, para amenizar as dificuldades que os alunos de Licenciatura de Matemática tinham, a UFES implantou em seu currículo as disciplinas de Matemática Básica I e II.

O quarto momento trata da observação que tive e que tenho como educadora que utiliza o livro didático. Notei que as indagações tidas por mim também eram as dos meus alunos. Percebi que deveria ter um olhar mais crítico para o livro didático, pois algumas das causas verificadas em relação às dificuldades de aprendizagem da matemática são a linguagem da disciplina, o rigor matemático explicitado pelo livro didático e a carência de se mostrar a utilidade de alguns campos da matemática, como o da álgebra, nos LD. Além disso, percebi que devemos (re) significar a álgebra através do desenvolvimento do pensamento algébrico. Ou seja, perceber a aprendizagem da álgebra a partir de ações que norteiam o ensino da matemática, considerando a cultura do sujeito, a educação e a matemática que ele aprende fora da escola dentre outras identidades que não podem deixar de serem vistas e validadas. (Re) significar aqui tem o sinônimo de dar sentido à álgebra para o aluno dentro de seu contexto sócio-cultural, visto que o sujeito só aprende aquilo que tem sentido para ele em sua mente, porque construiu significados e compreendeu os mesmos.

Desde muito pequena gostava de estudar matemática. Quando cursei o ensino fundamental na rede pública de ensino, fiquei entusiasmada com a matemática. Porém, na sétima série assustei-me quando vi nos livros fórmulas e contas com letras estranhas que não conhecia. Desde então, percebi que havia um universo dentro da matemática de que ainda não tinha ciência e que nem tudo que estudava no livro didático entendia. Passei a procurar algumas

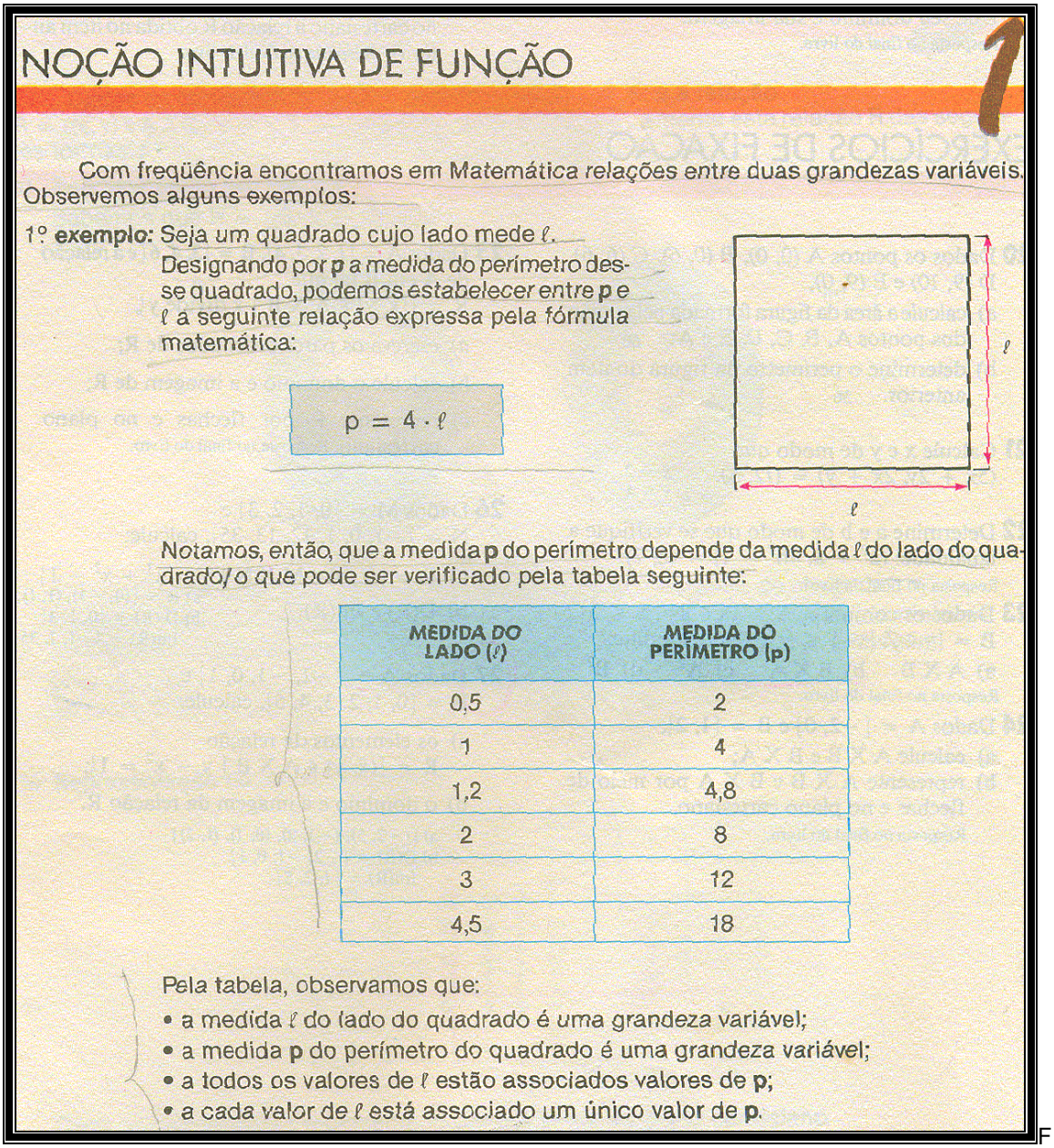
alternativas que pudessem me auxiliar, esclarecendo melhor minhas dúvidas, principalmente no entendimento da álgebra. A primeira foi a de procurar o professor para que me explicasse o porquê de se estudar álgebra, para quê servia e qual o objetivo das atividades que realizava em sala de aula utilizando expressões algébricas. Alguns desses questionamentos não me foram respondidos e, na busca de compreender, percebi que o professor - mesmo com suas limitações enquanto docente que muitas vezes tem como única fonte didática o LD - almejava contribuir com o desenvolvimento cognitivo do aluno com as atividades propostas.

Para sanar outras dúvidas que permeavam meu pensamento matemático e que interferiam em meu aprendizado algébrico, busquei outros livros de matemática na biblioteca da escola. O manual didático de matemática adotado pela instituição na época foi o de Giovanni e Castrucci (1985). Na realidade, alguns dos outros livros didáticos consultados seguiam o mesmo processo didático proposto pelos autores citados. Os manuais apresentavam listas de exercícios similares que só se diferenciavam pelos números dados no enunciado.

Minhas indagações continuaram no ensino técnico de nível médio quando cursei a Escola Técnica Federal do Espírito Santo (ETFES). A metodologia que o professor utilizava na abordagem de alguns conteúdos refletia a mesma metodologia colocada pelo livro didático. Essas metodologias levavam-me a aprender técnicas / regras dadas a partir de uma seqüência de exercícios com mesmo algoritmo de resolução. Na maioria das vezes as técnicas / regras apenas preparavam-me para realizar uma prova. No ensino médio, os livros adotados pela escola, do primeiro ao terceiro ano, foram os de Gelson Iezzi et al (1990). Livro que na ocasião fora considerado muito bom por muitos alunos e professores, já que o nível dos exercícios contidos nele estava igual ao das questões de matemática dos vestibulares da maioria das universidades da época. Os conteúdos desse livro estavam sistematicamente organizados e apresentados. Além do uso dos LD alguns docentes utilizavam também a criatividade na elaboração de jogos e aulas no laboratório de matemática - principalmente para o ensino da aritmética e geometria. Mas na maioria das vezes, o ensino da álgebra acontecia de forma expositiva. Seguia-se o mesmo método de resolução de seqüências de exercícios e problemas similares aos propostos pelo livro.

Mesmo com um ensino público considerado um dos melhores do estado, observei que o livro utilizado pelo professor de ensino médio articulava os conteúdos de álgebra da mesma forma dos livros que havia estudado no ensino fundamental. As abordagens de alguns conteúdos, por exemplo, como expressões algébricas, aplicações da álgebra, funções e equações eram feitas

de forma a considerar que o aluno já tivesse conhecimentos prévios dos assuntos. A figura abaixo mostra como é tratada a noção intuitiva de função por um livro de matemática editado em 1994, direcionado a alunos do primeiro ano do ensino médio. O capítulo se inicia com a noção do perímetro de um quadrado. Acredito que para alunos de escola pública seria mais complexo iniciar com os elementos de função da geometria, conteúdo tratado na maioria dos livros da época, normalmente nos últimos capítulos do LD.



NOÇÃO INTUITIVA DE FUNÇÃO

1

Com freqüência encontramos em Matemática relações entre duas grandezas variáveis. Observemos alguns exemplos:

1º **exemplo:** Seja um quadrado cujo lado mede ℓ.

Designando por **p** a medida do perímetro desse quadrado, podemos estabelecer entre **p** e ℓ a seguinte relação expressa pela fórmula matemática:

$$p = 4 \cdot \ell$$

Notamos, então, que a medida **p** do perímetro depende da medida ℓ do lado do quadrado, o que pode ser verificado pela tabela seguinte:

MEDIDA DO LADO (ℓ)	MEDIDA DO PERÍMETRO (p)
0,5	2
1	4
1,2	4,8
2	8
3	12
4,5	18

Pela tabela, observamos que:

- a medida ℓ do lado do quadrado é uma grandeza variável;
- a medida **p** do perímetro do quadrado é uma grandeza variável;
- a todos os valores de ℓ estão associados valores de **p**;
- a cada valor de ℓ está associado um único valor de **p**.

FIGURA 01: Recorte do Livro de Giovanni e Bonjorno (1994).

Não encontrei respostas às minhas indagações no ensino técnico. No entanto, percebi que este, historicamente, surgiu para atender a uma demanda de mercado devido ao desenvolvimento do mercado industrial e tecnológico e objetivava a formação de profissionais

técnicos / especialistas na área industrial, aptos para atenderem as demandas do mercado industrial. Percebi ainda que, em meio a esse contexto escolar de preparação para o trabalho, havia professores de matemática que motivavam os alunos a aprenderem de onde surgiam algumas fórmulas, como aplicá-las e a procurarem livros que explicitassem de forma mais clara suas abordagens. O exemplo abaixo mostra uma das avaliações do período em que estive na ETFES. Percebi que os conhecimentos algébricos foram necessários nessa atividade. Pois, a dedução e o uso de fórmulas para se calcular as áreas e os perímetros foram primordiais nessa atividade. Essas aplicações estão presentes na arquitetura, engenharia e em diversas áreas técnicas.

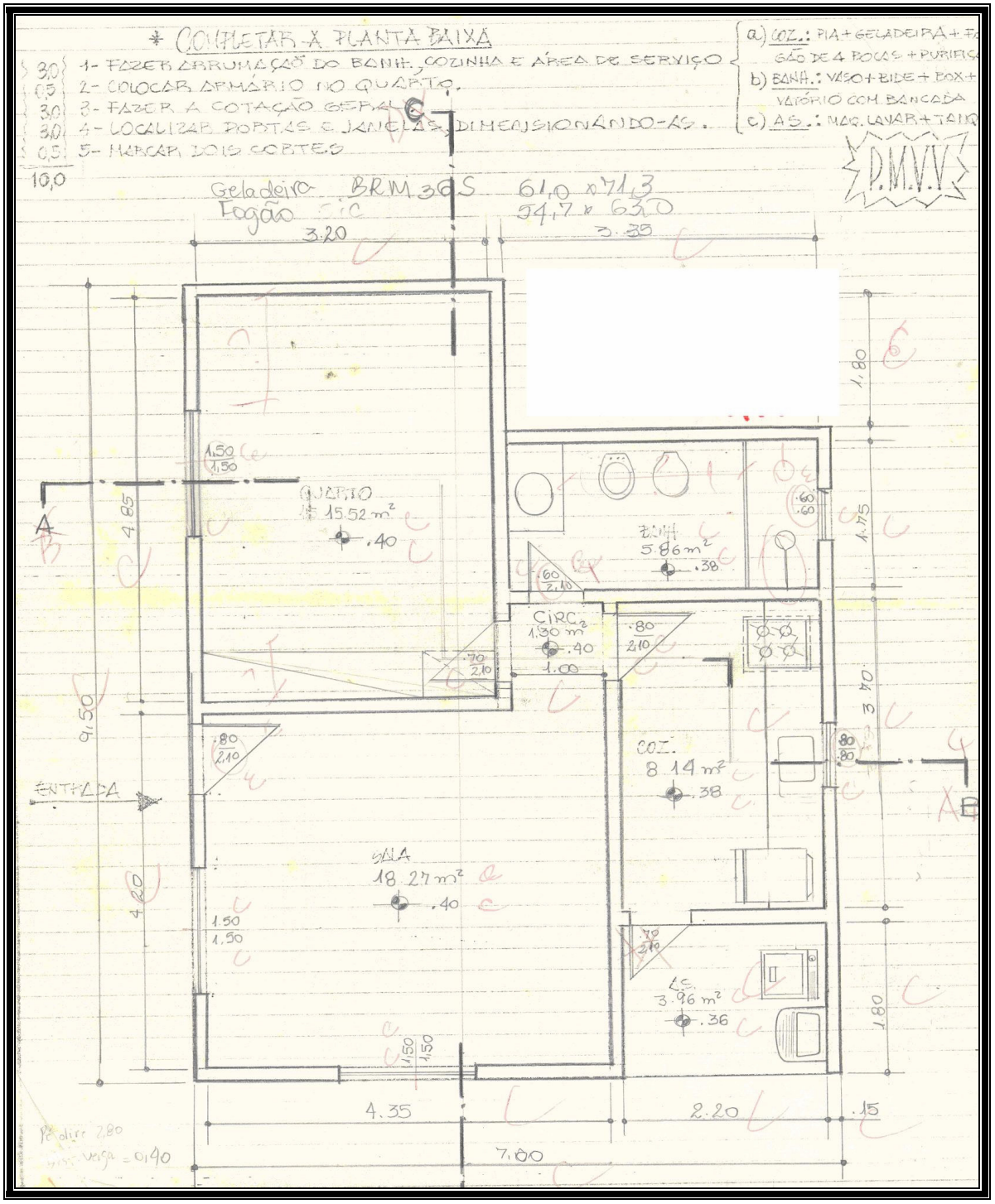
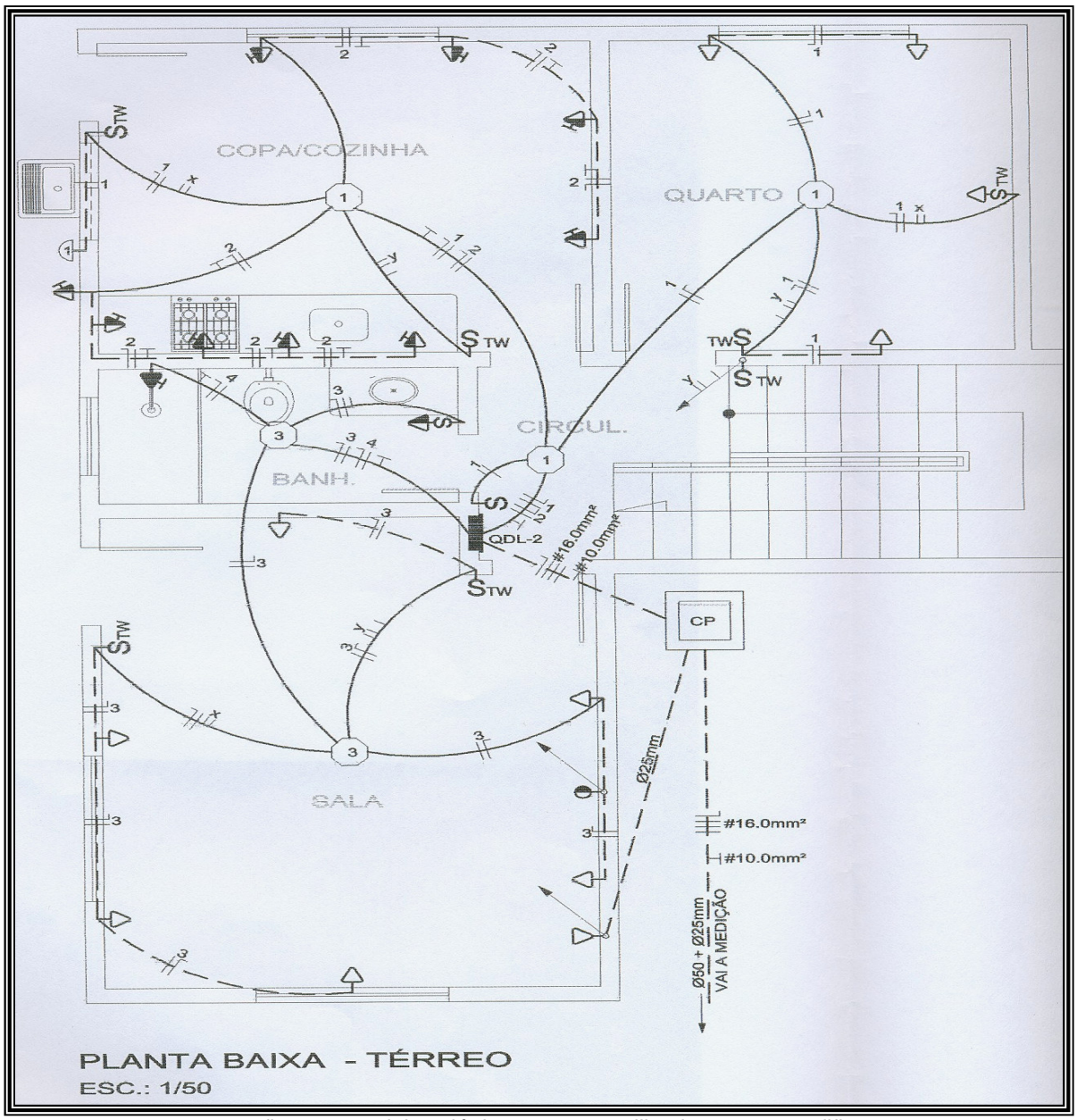


FIGURA 03:Modelo de Avaliação Aplicada em 1992- ETFES.

Percebi ainda, que a ETFES prepara o aluno para desenvolver habilidades tais como, manipular seus conhecimentos de estruturas algébricas para, por exemplo, realizar um desenho arquitetônico, calcular o dimensionamento de cargas elétricas ou dimensionar estruturas hidráulicas. Estes são alguns exemplos de atividades para os quais um aluno que estuda na escola técnica é preparado. Os desenhos a seguir mostram o resultado do uso de fórmulas algébricas, utilizadas para determinar o dimensionamento correto de fios elétricos a ser instalados em uma edificação.

FIGURA 04 – Extrato de um projeto elétrico. A partir de cálculos algébricos chega-se ao dimensionamento de



fiação e modelos elétricos a serem utilizados em uma edificação.
Fonte: Arquivo pessoal.

Estes exemplos assinalam a relevância da álgebra no cotidiano, mesmo sendo de forma implícita. É relevante levar o aluno a perceber as aplicações da álgebra. O exemplo acima

ainda, mostra que, com o dimensionamento correto dos fios pode-se evitar curto-circuito, quedas de energia, dentre outros prejuízos.

A figura abaixo é outro exemplo da utilização de fórmulas e / ou regras algébricas para se prever o dimensionamento adequado de tubulações hidráulicas e sanitárias a serem colocadas em residências, lojas, indústrias etc. A presença da álgebra e / ou seus entes algébricos nas indústrias estão evidenciadas nos padrões de fios, tomadas, canos etc, estabelecido pelas indústrias e disponíveis no mercado.

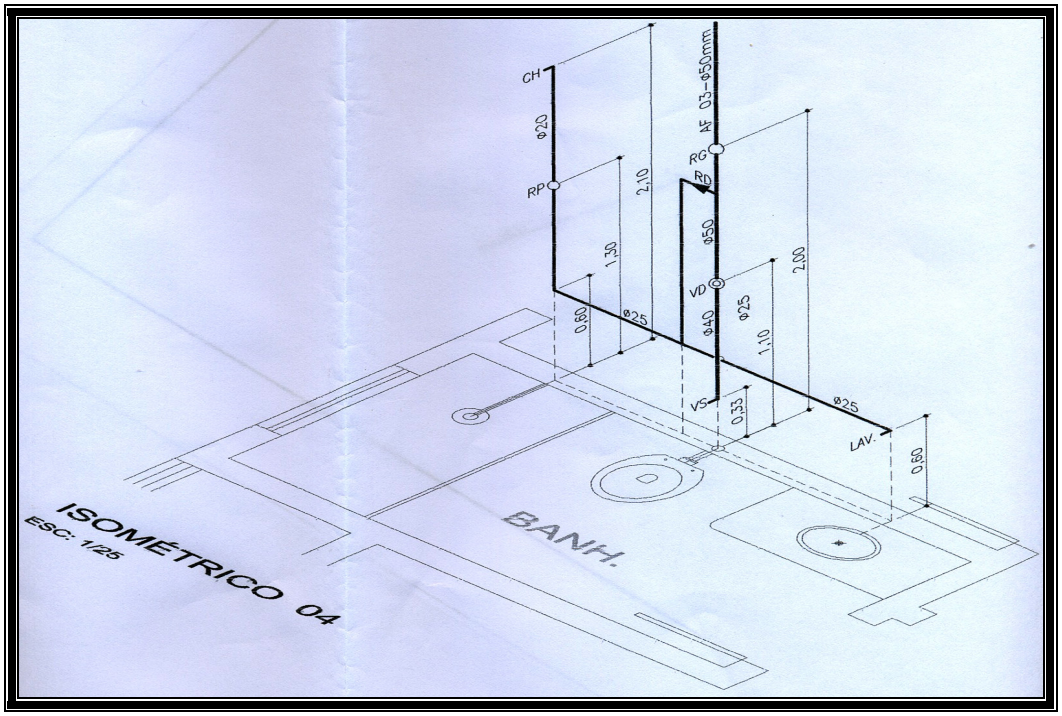


FIGURA 05 – Extrato de um projeto hidro-sanitário – os cálculos algébricos foram necessários para dimensionar as estruturas hidráulicas. Fonte: arquivo pessoal

Essas habilidades possíveis com o cálculo algébrico foram o que me fascinou. Ao perceber que o desenvolvimento e a utilização correta de uma fórmula me dariam condições de prever o bom funcionamento de uma estrutura elétrica, ou hidráulica, ou de tubulação de gás, ou de uma escavação ou aterramento, fui motivada ainda mais a entrar no estudo da matemática.

Motivada e entusiasmada pela disciplina, iniciei o curso de Licenciatura em Matemática na UFES. Logo no segundo semestre já havia estudado as disciplinas de Matemática Básica I e II, Álgebra Linear e Cálculo I. O entusiasmo e a paixão pela matemática fizeram-me, já no segundo semestre, começar a lecionar para turmas do 3º ano do Ensino Médio do curso Técnico de Administração, Secretariado e Contabilidade numa escola pública de Vitória. Na

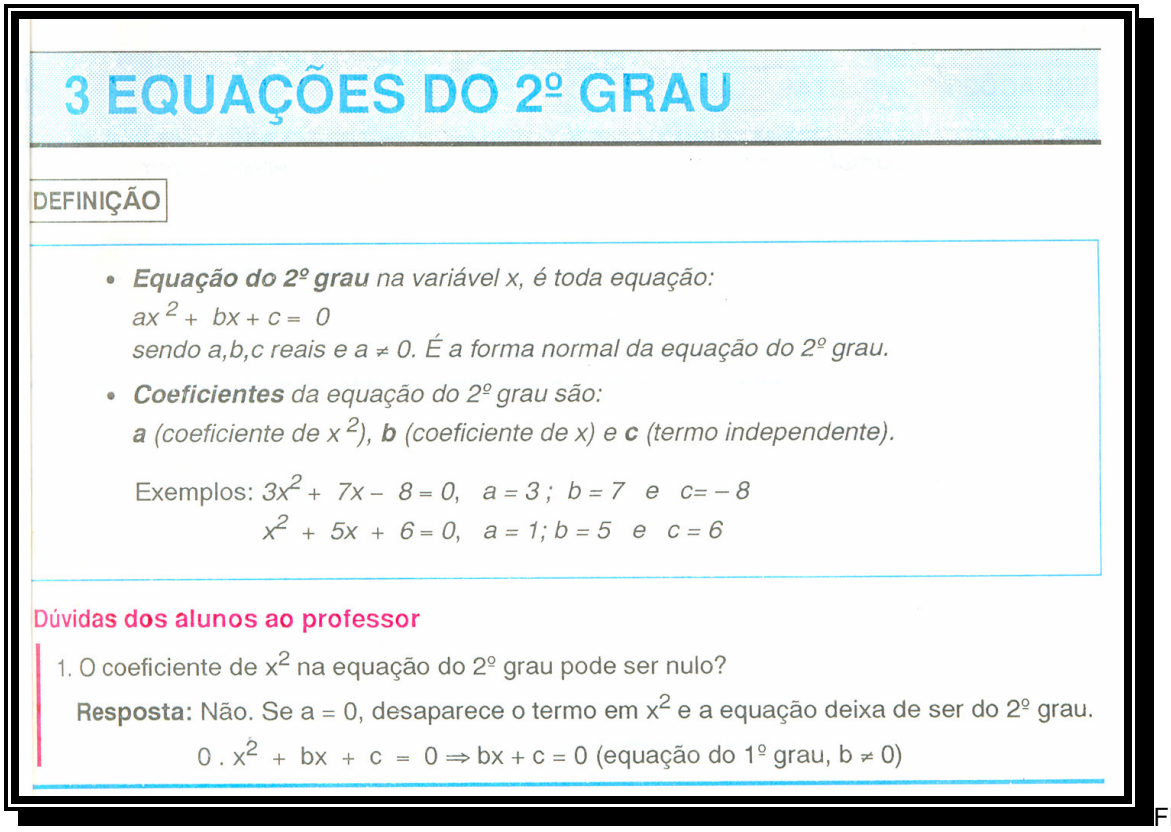
prática docente percebi que minhas indagações, principalmente em relação ao ensino de funções e de equações algébricas, eram as de muitos dos meus alunos e, estes achavam que aquelas fórmulas estudadas não serviam para nada. Para alguns desses alunos o que o livro didático de matemática abordava era incompreensível. O livro adotado naquele ano para lecionar, era o de Matemática Fundamental de José Ruy Giovanni, José Roberto Bonjorno e José Ruy Giovanni Jr. (1994). Foi então que compreendi, que mesmo como educadora e universitária, ainda não tinha concebido completamente o conceito de álgebra e os significados matemáticos dos entes algébricos que estudara e que estava ensinando. Notei que faltava algo no LD e que como educadora tinha a responsabilidade de fazer a conexão do que havia no livro com aquilo que faltava nele. O autor do livro didático não deixava claros alguns conceitos e significados matemáticos para o professor e nem para o aluno.

Nesse processo de reflexão de minhas práticas pedagógicas busquei dar sentido ao que ensinava, mesmo com minhas limitações enquanto docente e universitária. Mesmo assim minha discussão e preocupação era a de estar "complementando" o livro, na sala de aula, ou seja, interpretar inclusive suas entrelinhas, tornar mais compreensíveis e significativos para o aluno os tópicos abordados por ele. Essa compreensão se tornou mais clara quando li na apresentação do livro didático de Luiz Carlos de Domenico (1991, p. 03) que "cabe ao professor entender [a] obra como recurso didático, leva o aluno a refletir sobre a mensagem implícita nos enunciados, interpretar as respostas obtidas e motivá-lo a aprender Matemática."

O professor, então, deve procurar utilizar o livro didático de forma a motivar os alunos a buscarem caminhos e a conectarem os conteúdos ao cotidiano. A fala desse autor possivelmente está considerando que o professor seja criativo na arte de ensinar matemática utilizando o livro didático como recurso, tendo domínio dos conteúdos matemáticos, de seus significados matemáticos e de suas implicações. Uma das implicações que notei foi a relevância do desenvolvimento do pensamento algébrico do aluno, na compreensão do que é álgebra tanto para o discente quanto para o professor, na formulação das idéias matemáticas (abstrações, lógica, intuição, etc) e na articulação da álgebra com a realidade do aluno. Portanto, mostrar ao aluno a utilidade prática da álgebra.

Notadamente os exercícios propostos por alguns livros que utilizei tanto como professora quanto como universitária na década de 90 do século XX não mostravam a utilidade da álgebra para o aluno. Como declarou Domenico (1991) cabe ao professor ter a "criatividade" de decifrar e identificar a mensagem do autor do LD. Com isso, fui despertada a ter um olhar mais crítico e

reflexivo sobre o papel do livro didático na sala de aula. Veja como um manual didático inicia o capítulo de equações do 2º grau:



3 EQUAÇÕES DO 2º GRAU

DEFINIÇÃO

- ***Equação do 2º grau*** *na variável x, é toda equação:*
  $ax^2 + bx + c = 0$
  sendo a,b,c reais e $a \neq 0$. *É a forma normal da equação do 2º grau.*
- ***Coeficientes*** *da equação do 2º grau são:*
  a *(coeficiente de* x^2*),* ***b*** *(coeficiente de x) e* ***c*** *(termo independente).*

Exemplos: $3x^2 + 7x - 8 = 0$, $a = 3$; $b = 7$ e $c = -8$
$x^2 + 5x + 6 = 0$, $a = 1$; $b = 5$ e $c = 6$

Dúvidas dos alunos ao professor

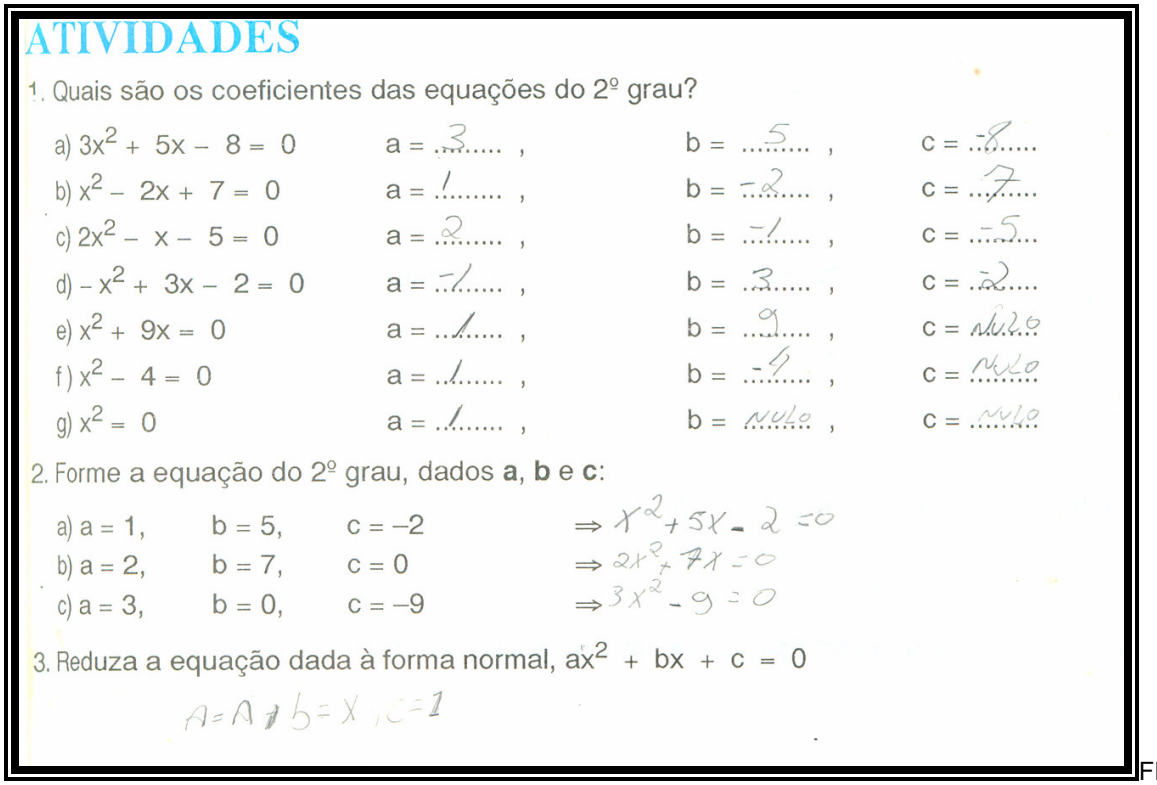
1. O coeficiente de x^2 na equação do 2º grau pode ser nulo?

Resposta: Não. Se a = 0, desaparece o termo em x^2 e a equação deixa de ser do 2º grau.

$0 \cdot x^2 + bx + c = 0 \Rightarrow bx + c = 0$ (equação do 1º grau, $b \neq 0$)

FIGURA 06: Estudos sobre Equações do Livro de Domenico (1991). FONTE: Biblioteca Pública de Vitória (2005).

Como se vê, não houve uma introdução ou preparação do assunto pelo autor nem uma abordagem mais atraente ou contextualizada para o aluno. O autor prossegue com uma seqüência de exercícios de mesmo algoritmo. Por exemplo, nos exercícios que se seguem, o autor solicita que o aluno indique os coeficientes das equações do 2º grau propostas.



ATIVIDADES

1. Quais são os coeficientes das equações do 2º grau?

a) $3x^2 + 5x - 8 = 0$ a = 3 , b = 5 , c = -8

b) $x^2 - 2x + 7 = 0$ a = 1 , b = -2 , c = 7

c) $2x^2 - x - 5 = 0$ a = 2 , b = -1 , c = -5

d) $-x^2 + 3x - 2 = 0$ a = -1 , b = 3 , c = -2

e) $x^2 + 9x = 0$ a = 1 , b = 9 , c = nulo

f) $x^2 - 4 = 0$ a = 1 , b = -4 , c = nulo

g) $x^2 = 0$ a = 1 , b = nulo , c = nulo

2. Forme a equação do 2º grau, dados **a**, **b** e **c**:

a) a = 1, b = 5, c = –2 $\Rightarrow x^2 + 5x - 2 = 0$

b) a = 2, b = 7, c = 0 $\Rightarrow 2x^2 + 7x = 0$

c) a = 3, b = 0, c = –9 $\Rightarrow 3x^2 - 9 = 0$

3. Reduza a equação dada à forma normal, $ax^2 + bx + c = 0$

A = A , b = X , c = 1

FIGURA 07: Exercícios sobre Equações do Livro de Domenico (1991). FONTE: Biblioteca Pública de Vitória (2005).

Quando nos referimos a uma abordagem mais atraente, faz-se menção ao uso da história da matemática e da tentativa de mostrar ao aluno as utilidades do conteúdo estudado. Utilidade prática para o cotidiano, seja ela escolar ou não. Acredito que se o autor do livro didático possibilitasse para aluno e professor essa contextualização, muitas das dificuldades encontradas no ensino da matemática poderiam ser sanadas ou amenizadas, porque da forma como o conteúdo freqüentemente é colocado, evidencia-se uma abordagem de currículo tradicional que, como afirma Kline (1976), confia na memorização de processos e provas. Esse tipo de currículo retém alguns tópicos antiquados e faz gerar qualquer falta de motivação ou atração pela matemática, intensificando a aversão pela disciplina e as dificuldades com a matemática**.**

Evitando essa forma mais tradicional e rigorosa de apresentar os conteúdos podemos cooperar para que o aluno chegue às séries seguintes e até ao ensino superior sendo capaz de aplicar os conhecimentos matemáticos adquiridos sem maiores dificuldades. Além disso, facilitaria a aprendizagem de alunos dos cursos de Ensino Superior em Ciências Exatas, como o de Matemática, ao lidarem com matérias como Álgebra Linear e Cálculo I.

No ensino da matemática do curso superior percebi que o livro de Álgebra Linear, de Elon

Lages Lima (1996) em que estudei na Universidade Federal do Espírito Santo, inicia-se definindo espaços vetoriais e provando algebricamente as propriedades de vetores, base de estudo para a Álgebra Linear. O estudo dessa matéria exige do aluno conhecimentos algébricos prévios. Por exemplo, o aluno precisa ter conhecimentos das propriedades básicas que também se aplicam à álgebra, dentre elas, as propriedades de comutatividade, associatividade e distributividade, como se descreve abaixo:

> [Seja] *E espaço vetorial. [*Sejam *u* e *v* vetores Є. *Sejam] α e β* $\in \Re$ *. [*As operações de adição de vetores e multiplicação de um vetor por um número real], devem satisfazer (...), as condições abaixo, chamadas os *axiomas* de espaço vetorial:
> **comutatividade**: $u + v = v + u$;
> **associatividade**: $(u + v) + w = u + (v + w)$ e $(\alpha\beta)v + \alpha(\beta v)$;
> **vetor nulo**: existe um vetor 0 Є *E,* chamado *vetor nulo,* ou *vetor zero,* tal que $v + 0 = 0 + v = v$ para todo v Є *E;*
> **inverso aditivo:** para cada vetor v Є *E* existe um vetor - v Є *E,* chamado o *inverso aditivo,* ou o *simétrico* de *v,* tal que $-v + v = v + (-v) = 0$;
> **distributividade:** $(\alpha + \beta)v = \alpha v + \beta v$ e $\alpha(u + v) = \alpha u + \alpha v$;
> **multiplicação por 1:** $1.v = v$ **.** (Lima, 1996, p.1 - grifo do autor)

Esta introdução me fez perceber que o conteúdo estudado em Álgebra Linear envolve vetores e suas propriedades no espaço. Os vetores são elementos de um conjunto que satisfazem a determinadas propriedades no espaço que chamamos de *espaço vetorial*. Considero os vetores entes algébricos. Para entender as informações acima e as que se sucedem, o aluno precisaria revisar os conteúdos pré-requisitos para essa disciplina. A UFES, na tentativa de revisar conteúdos que deveriam ser estudados no ensino fundamental e médio e de ajudar o aluno no entendimento da álgebra linear, disponibilizou no currículo do curso de matemática a disciplina de Matemática Básica II**,** no semestre seguinte ao da disciplina Matemática Básica I. Essa disciplina é dada com a finalidade de auxiliar o universitário que tem dificuldades quanto ao pensamento matemático, algébrico e a outros aspectos cognitivos necessários para o entendimento e aprofundamento da Álgebra Linear e Álgebra. Elon Lages Lima, autor do livro em que estudei Álgebra Linear, justifica o conteúdo do livro da seguinte forma:

> O presente livro [...] não pressupõe conhecimentos anteriores sobre o assunto. Entretanto convém lembrar que a posição natural de um tal curso [Álgebra Linear] no currículo universitário vem após um semestre (pelo menos) de Geometria Analítica a duas ou três dimensões, durante o qual o estudante deve adquirir alguma familiaridade, em nível elementar, com a representação algébrica de idéias geométricas e vice- versa. (1996, prefácio)

Realmente a disciplina de Matemática Básica II abordou conteúdos de geometria analítica que reforçaram a idéia sobre a importância do conhecimento algébrico na vida escolar e em

aplicações nas engenharias. Observei que os professores de cálculo, álgebra, álgebra linear e os autores de livros adotados nessas disciplinas, como Elon Lages Lima (1996) e Simmons (1987), consideram que os alunos ingressam na universidade com conhecimentos suficientes de álgebra, aritmética e geometria. No entanto, na prática, de acordo com dados do Ministério da Educação e Cultura (MEC), os estudantes ingressam na universidade com dificuldades consideráveis em matemática. Os dados do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica [Saeb] (2001) e do PROVÃO (atual Enade) indicam que a proficiência em matemática encontra-se precária.

Desde 1990 o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (INEP) submete em todo final de ano letivo, alunos da 4ª e 8ª série do ensino fundamental e a partir de 1993 incluiu os alunos do 3º ano do ensino médio e as escolas particulares a exames de proficiência de Língua Portuguesa e Matemática e a questionários. Esses exames fazem parte do Saeb e são conhecidos nacionalmente. A avaliação consiste em verificar a construção de competências e desenvolvimento de habilidades na língua portuguesa e em matemática. As competências, segundo o Saeb, estão conectadas à cognição e visam à construção do conhecimento. No caso da matemática, uma das competências é o saber compreender, resolver e explicar problemas. Os temas abordados em matemática no Saeb e divulgados pelo INEP (2003) foram: espaço e forma; grandezas e medidas; números e operações / álgebra; e funções e tratamento de informações. Segundo os dados do INEP (2003) temos que 62,3% dos alunos do 3º ano do Ensino Médio da região Sudeste possuem proficiência crítica na disciplina de matemática. No Espírito Santo a porcentagem sobe para 62,6% contra 7,2 % de proficiência adequada em matemática. O INEP (2003) classifica proficiência em nível crítico considerando que os alunos

> desenvolveram algumas habilidades elementares de interpretação de problemas, mas não conseguem transpor o que está sendo pedido no enunciado para uma linguagem matemática específica, estando, portanto, muito aquém do exigido para a 8ª série. (Resolvem expressões com uma incógnita, mas não interpretam os dados de um problema fazendo uso de símbolos matemáticos específicos. Desconhecem as funções trigonométricas para resolução de problemas). INEP (2003).

Esses números indicam que as dificuldades no aprendizado da matemática existem. As causas são múltiplas. Mas, quero destacar a dificuldade referente à álgebra, citada anteriormente: “Resolvem expressões com uma incógnita, mas não interpretam os dados de um problema fazendo uso de símbolos matemáticos específicos”, INEP (2003). Destaco também as dificuldades pela sistematização dos conteúdos, em especial da álgebra, apresentadas por alguns livros didáticos numa linguagem formal e rigorosa, tornando a álgebra incompreensível.

Para compreender a introdução da álgebra apresentada pelos autores de LD de matemática pensamos inicialmente em analisar alguns manuais didáticos atuais e o discurso de seus autores, verificando como estes perfazem o caminho introdutório da álgebra. Além disso, analisamos como alunos e professores percebem a influência do livro didático no ensino da álgebra e se o livro proporciona ao estudante e ao professor condições para preparação e aplicação da álgebra no cotidiano e nos conteúdos de relevância das Ciências Exatas que enfrentam posteriormente. Por exemplo: os autores do livro de Álgebra Linear**,** Elon Lages (1996) e de Cálculo com Geometria Analítica, George F. Simmons (1987) nos fazem perceber a aplicação dessas disciplinas na Matemática e nas Engenharias. Portanto, considero relevante investigar e tentar encontrar alguns possíveis fatores que interferem no entendimento da álgebra explicada pelos autores de livros didáticos de matemática; buscar contribuições para o aluno em uma de suas dificuldades, que é dar significado às atividades algébricas propostas pelos professores que, por sua vez, seguem o que dizem os autores de livro didático; buscar contribuições para o professor, procurando proporcionar-lhe algumas reflexões sobre os entraves no desenvolvimento do pensamento algébrico, como quando buscamos simplificar o ensino da álgebra, tal como mostram alguns livros didáticos, e fazê-lo refletir sobre o ensino da álgebra e o que pode ser feito para minimizar as dificuldades encontradas em seu ensino.

1.2 JUSTIFICATIVA

> A origem do livro didático está vinculada ao poder instituído. A articulação entre produção didática e o nascimento do sistema educacional estabelecido pelo Estado distingue essa produção cultural dos demais livros, nos quais há menor nitidez da interferência de agentes externos em sua elaboração. (Circe Mª F. Bittencourt,1993, p.16)

Desde 1938, quando o Ministério da Educação, através da Comissão Nacional do Livro Didático (CNLD), estabeleceu condições para a produção, importação e utilização do livro didático no Brasil, o livro passou por algumas transformações que, de certa forma, influenciaram o ensino e aprendizagem na escola e fora dela. Tornaram-se mais evidenciadas as diferenças entre livro didático (LD[3]) e livros comuns, tais como literaturas, jornais e outros. A prioridade do Estado era a de incentivar a produção de livros didáticos para que estes sistematizassem e divulgassem os conhecimentos. O LD foi instituído politicamente imbuindo

[3] Em alguns momentos a palavra livro (s) didático (s) será substituída pelas iniciais LD ao longo deste trabalho.

um poder de disseminar e uniformizar os conhecimentos. Diante disso o Estado reconheceu que o LD é uma ferramenta fundamental na transmissão de saberes escolar, cultural, normativos e ortodoxos (Bittencourt,1993, p. 77). Além disso, as transformações formataram a própria apresentação do livro didático. Antes, por exemplo, os livros eram conhecidos como compêndios e cada compêndio abordava um assunto da disciplina (ou Geometria ou Aritmética ou Álgebra, no caso da matemática). Um exemplo disso é que na década de 1970 encontrava-se com muita facilidade livros de matemática constituídos por Geometria, Aritmética e Álgebra num mesmo volume.

Entendemos que os programas de conteúdos do compêndio "explicitavam um caráter propedêutico*"* que, segundo Bittencourt (1993, p. 60), "servia como preparatório para aqueles que seguiriam as carreiras liberais". Quanto à transformação, muitos estudiosos criticaram, pois houve uma simplificação dos assuntos ao condensá-los num mesmo livro. Em estudo sobre livros didáticos, Nilson José Machado (1996) é um dos que criticam essa transformação, afirmando que

> no que se refere à forma, sobretudo a partir da década de 70, paralelamente a uma incorporação descabida de certas características desejáveis apenas nos cadernos, houve um acentuado predomínio dos livros seriados em relação aos compêndios: tornou-se cada vez mais difícil encontrar um livro de álgebra, ou de aritmética, ou mesmo de geometria. Além disso, a prática da excessiva subdivisão dos temas, em muitos casos em doses iguais ou inferiores à duração de uma aula, fragmentou de tal forma a apresentação dos assuntos que muitos deles tornaram-se francamente irreconhecíveis. (p. 26)

Essa nova forma de apresentação dos conteúdos deu oportunidade para que um ou outro assunto fosse explorado com mais aprofundamento em detrimento de outro. No caso dos LDs de matemática dava-se maior ênfase à aritmética e à álgebra do que à geometria. Sandra Aparecida Fraga (2004) fez uma análise histórica sobre os fatores que ocasionaram um esvaziamento ou abandono da geometria nos livros didáticos. Baseando-se no Movimento da Matemática Moderna, uma conclusão da autora em relação ao abandono é que este fora motivado pela maior valorização da álgebra e na teoria de conjuntos por alguns autores dos LD. Embora a pesquisa de Fraga (2004) focalize o estudo dos triângulos em LD da década de 1960 até os dias atuais, a análise feita nos manuais didáticos pela autora citada evidencia que a geometria perdera espaço para outros assuntos e normalmente tem sido tratada de forma simplificada apenas nos últimos capítulos dos livros.

Ainda nas primeiras décadas do século vinte até a década de sessenta do mesmo século o poder instituído ao LD implicava principalmente, transmitir o conhecimento, auxiliar o aluno na formação de seu "sentimento nacionalista" [4], e em fazê-lo pertencer ao mundo civilizado ocidental (Bittencourt,1993, p. 31).

A partir de 1938 iniciou-se um processo efetivo de exigências político–ideológicas para produção e divulgação de manuais didáticos no Brasil. Tratava-se de um processo de controle de produção e distribuição de LD que na época perpassou a idéia de política de governo assistencialista*,* embora tal noção tenha sido explicitada pelas ações governamentais apenas na década de oitenta do século vinte (Freitag, Costa & Motta,1997, p. 15-16).

Apesar de o LD ser destinado ao aluno "carente de recurso ou (...) oriundo das classes populares e de baixa renda"*,* como afirmam Freitag, Costa & Motta (1997. p. 16), o Estado organizou os "programas curriculares sistematizando os novos conhecimentos transformados em disciplinas escolares, estruturando os diferentes níveis de escolarização, delimitando etapas e estágios de aprendizagens" Bittencourt (1993, p. 31). Essa política de governo permitiu acesso ao livro didático para a maioria das crianças brasileiras carentes, as quais totalizavam cerca de 60% da população estudantil na época. Segundo Bittencourt (1993), essa iniciativa visava a compensação diante das desigualdades sociais e econômicas da população. Mesmo que as ações governamentais tivessem objetivo assistencialista, alguns historiadores criticaram a *"importação"* de idéias contidas nos LD que não condiziam com a realidade do país. A política assistencialista despertou uma visão lógica capitalista por parte das editoras particulares que conquistaram o direito de fabricar e divulgar o manual didático. Foi nesse processo de transformar o LD num material de *consumo da cultura escolar* que este se transformou no principal instrumento de transmissão de saber para aluno e professor.

No período de 1938 a 1994, as políticas educacionais passaram por modificações consideráveis, contextualizadas conforme a vigência dos governos políticos e de seus regimes. Por exemplo, no governo republicano a meta principal do governo foi a alfabetização como condição prioritária para a população, para que esta pudesse participar da "vida política da nação", conforme Bittencourt (1993, p. 37). A política estatal foi quase em sua totalidade responsável pelos processos de reformulação e redirecionamento da política do livro didático. Nem mesmo a igreja e as políticas internacionais influenciaram tanto quanto o Estado em relação a esse redirecionamento. A centralização das decisões sobre essa política quase em

[4] Aspas de Bittencourt, 1993, p. 31.

sua totalidade partia de um único órgão governamental. Mas em 1994 foram instituídos pelo Ministério da Educação e Cultura (MEC) critérios para avaliação dos manuais didáticos produzidos e utilizados no Brasil. O critério de avaliação do MEC, em nosso entendimento, não deixou de perpassar a lógica de uniformizar o conhecimento nas escolas públicas brasileiras, tal como nos governos anteriores, e a lógica da política assistencialista. Acreditamos que para a visão de muitos políticos ainda é mais viável existir no Brasil esta política do que procurar encontrar outros caminhos para sanar a situação socioeconômica das classes menos favorecidas do país.

Segundo Jairo de Araújo Lopes (2000) um grupo de editores e autores de livros didáticos que tiveram suas obras reprovadas pelo MEC em 1996, protestou, questionando sobre os critérios de avaliação. Diante dos protestos, o MEC divulgou o documento de critérios para avaliação dos LD e justificou que para que as editoras tivessem o governo como cliente teriam que se adequar aos seus critérios, de acordo com Lopes (2000). Somente em 1996 iniciou-se o processo de avaliação pedagógica dos livros didáticos. O resultado da avaliação desses manuais deu origem ao Programa Nacional do Livro Didático – PNLD / 1997. A avaliação objetivou principalmente a uniformização de conhecimentos e se os procedimentos adotados estavam em sintonia com as propostas curriculares vigentes. Em 1997 o processo de avaliação pedagógica dos LD teve 466 obras inscritas para a avaliação. Destas, apenas 22,53% foram aprovadas, ou seja, um total de 105 obras. Com esse resultado alguns autores, especificamente os de livros didáticos de matemática, não só dos livros que foram excluídos, mas também dos aprovados, reformularam seus manuais didáticos a fim de atenderem aos critérios observados pela comissão técnica do MEC.

Em 2002 o MEC fez a primeira avaliação de livros didáticos em parceria com as Universidades, incluindo livros do ensino médio. Algumas instituições federais, tais como o IMPA (Instituição Nacional de Matemática Pura e Aplicada) se propuseram a fazer análise de LD de matemática objetivando contribuir para a melhoria da qualidade dos mesmos. As avaliações motivaram os autores de LD e editoras a tornarem o livro mais atraente em seu estilo literário, ou seja, em sua forma de apresentação e a atenderem aos critérios de avaliação estipulados pelo MEC. Apesar das mudanças, principalmente no *layout* [5] do livro, alguns conteúdos continuaram com abordagem anterior, denominada tradicional.

[5] Refiro-me à apresentação visual do LD, a estética literária.

Em relação ao aspecto pedagógico do LD, os critérios do MEC não evitaram o ensino tradicional, o que implicou num ensino voltado para a tradicionalidade e mecanicidade, ou seja, o ensino era direcionado à formação social e à preparação do aluno para exercer cargos liberais. Quanto ao teor tradicional no ensino, Morris Kline (1976) faz uma afirmação crítica com a qual concordamos, informando que

> no currículo tradicional, ensina-se aos estudantes a seguirem processos e repetirem provas. Hoje, segundo a nova matemática, os estudantes decoram definições e provas. De fato, são forçados a decorar porque o nível do material está além deles (p. 188).

Embora a afirmação acima, feita na década de 70 do século vinte, nos pareça tão atual, o ato de decorar entremeia a tradicionalidade. Além disso, concordamos que o material didático a que o aluno tem acesso ainda é escasso de conhecimentos concretos. No entanto, alguns LD, para atenderem implícita ou explicitamente a demanda de assistência a escolas públicas, trazem em sua abordagem conteúdos mínimos justificando que visam ao atendimento da formação do aluno para a vida. Embora Kline (1976) critique naquela época a falta de proximidade do conteúdo da matemática à realidade do aluno e o rigor que a matemática tem que dificulta a aprendizagem, hoje o processo é um pouco diferente.

A educação atual veste uma roupagem diferente, mas que não deixa de ser assistencialista, ou seja, ser um instrumento essencial para a formação cidadã. Atualmente, há muitas especialidades para quem quer se aprofundar em alguma área de estudo. Por exemplo, para um aluno que quer ser desenhista, basta fazer um curso de projetista. Além disso, as escolas técnicas estão presentes para atender as especificidades do ensino ofertando disciplinas e cursos que atendam as demandas da sociedade.

Ainda, algumas dificuldades apresentadas em matemática decorrem porque os alunos decoram. Isso porque a abordagem da álgebra nos LD é em sua maioria desconectada da realidade do aluno. Os estudantes, na maioria das vezes, não entendem a linguagem do livro. O discurso do autor ou a sua forma de abordagem muitas vezes volta-se mais para o ensino tradicional, mas com outra “roupagem”, dificultando a compreensão do aluno. Percebemos ainda que as maiores carências do currículo escolar atual, principalmente o de matemática, são de direcionamento ao cotidiano e de possibilitarem professores e alunos construírem seus próprios conhecimentos. E não se pode negar que o LD continua sendo uma ferramenta poderosa na disseminação de idéias e conhecimentos e na determinação do currículo escolar. Sua influência supera a dos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCNs (Brasil,1998) que deveriam ser os documentos que servissem como diretrizes curriculares para os professores e

para as escolas, mas na prática diária observa-se que o LD exerce uma influência bem mais forte.

Luiz Roberto Dante (1996, p. 53) destaca a importância do livro didático de matemática, dizendo que "quando bem utilizado, tem um papel fundamental no processo ensino-aprendizagem". De fato, o LD passou a ser um dos principais instrumentos para o trabalho docente. Sua qualidade no que diz respeito aos temas, conceitos, linguagem matemática, conteúdos e aspectos metodológicos é importante para o bom ensino e aprendizagem na escola. Como uma das principais ferramentas utilizadas pelo professor em sala de aula, é preciso que ele seja de boa qualidade. Complementamos, concordando com Nilson José Machado (1996, p. 23) ao dizer que

> o professor abdica do privilégio de projetar os caminhos a serem trilhados, em consonância com as circunstâncias – experiências, interesses, perspectivas – de seus alunos, passando a conformar-se, mais ou menos acriticamente, com o encadeamento de temas propostos pelo autor. Tal encadeamento ora tem características idiossincráticas, ora resulta da cristalização de certos percursos, que de tanto serem repetidos, adquirem certa aparência de necessidade lógica.

Destacamos a qualidade do livro didático porque é a principal ferramenta utilizada na produção, circulação e construção de conhecimento na sociedade. Tratando de construção de conhecimento, vale ressalvar a importância do manual didático de matemática na formação do pensamento algébrico. Segundo Ponte (2005), a maneira pela qual o livro aborda a álgebra pode contribuir para a capacitação e habilidade do aluno no que se refere ao cálculo algébrico, às funções e outras estruturas matemáticas.

Acreditamos ainda que o livro didático tem especificidades e uma delas é veicular informações e torná-las significativas e aceitáveis na esfera social. Notamos, contudo, que é importante analisar as abordagens que introduzem o pensamento algébrico e as possíveis contribuições das informações veiculadas por esses livros para a compreensão do leitor / aluno / professor. Ademais, é necessário também perceber as influências que a veiculação dessas abordagens do pensamento algébrico trazem ao professor e ao aluno em suas atitudes relativas à educação da álgebra. Observamos que ter um olhar sobre o livro didático e seus autores nos possibilitará conhecer o cenário que influencia professores e alunos. Devemos buscar compreender o autor do livro didático, seu discurso em relação a álgebra e suas considerações sobre a relevância do ensino da álgebra na escola, da linguagem do autor proposta no livro didático e sua influência no desenvolvimento do pensamento algébrico pelo aluno. Portanto,

pretendemos com esta pesquisa entender como os livros didáticos e seus autores influenciaram e influenciam o pensamento algébrico e o ensino da álgebra.

A álgebra tem sido um dos campos da matemática responsáveis pelas dificuldades que os alunos têm em aprender a disciplina. Quando os alunos chegam no 2º ciclo, isto é, 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental, quando o estudo da álgebra normalmente é iniciado, não compreendem e não conseguem manipular adequadamente os símbolos. Mesmo sendo um dos objetivos do estudo da álgebra ir além da manipulação de símbolos, a maioria dos alunos têm dificuldade ao lidar e ao procurar fazer relações com eles. Percebemos que muitos alunos não tiveram a preparação para a introdução da álgebra nessas séries. Estavam habituados a lidar com a manipulação de números e estabelecerem relações matemáticas somente com números. Por isso, quando os alunos chegam à quinta série e deparam-se com generalizações na matemática ou até com a manipulação de letras no lugar de números não compreendem e passam a agir negativamente frente à matemática.

Percebemos então que o ensino da álgebra na construção do conhecimento matemático é relevante. Além disso, a preparação do pensar abstrato do aluno é importante na disciplina em questão. Notamos que pelo fato de o ensino de matemática das séries iniciais estar "enraizado e incorporado" de aritmética, a evidência do pensamento aritmético está muito presente nos alunos. Contudo, a insuficiência do desenvolvimento do pensamento algébrico causa uma ruptura um tanto desastrosa quando o aluno vai para a série seguinte. A construção do saber algébrico, bem como o desenvolvimento do seu pensamento contribui para a aprendizagem da matemática. A edificação do conhecimento gera a descoberta. Nas palavras de Sergio Lorenzato (2006, p. 81), a "descoberta é fundamental no ensino da matemática, pois essa disciplina inspira medo aos alunos e foge dela quem pode". O ensino da álgebra não é diferente. Os alunos tendem a fugir dela, a reclamarem e a terem uma resistência justificável ao ensino da mesma.

Percebe-se que há uma carência efetiva em significar [6] o ensino da álgebra diante do contexto sócio-histórico-cultural e trabalhar as concepções algébricas dos alunos desde as séries iniciais. No entanto, precisamos inicialmente compreender as concepções que professores e alunos de 5ª a 8ª séries têm da álgebra, perceber como se dá o desenvolvimento do pensamento algébrico nessas séries e possivelmente sugerir para estudos futuros o trabalho com as séries iniciais. É notável que, independentemente da série em que o assunto em questão é abordado, a álgebra "incorpora-se ao seu próprio rigor", como afirma Kline (1976, p.

[6] Dar sentido a álgebra, buscar a utilização de uma linguagem mais próxima da linguagem do aluno.

77), tal qual a matemática. Muitos alunos remetem-se ao desespero e passam a sinalizar atitudes negativas[7] na aprendizagem da disciplina quando não compreendem a manipulação dos símbolos, os conceitos de variável, função, a resolução de problemas de forma algébrica e a representação gráfica de situações ou fenômenos algébricos. Significar o ensino remetendo o aluno a fazer descobertas ou redescobertas na introdução da álgebra fará com que o estudante comece a ter atitudes positivas em relação à álgebra. E uma das preocupações de especialistas, professores e de alguns autores de livro didático é fazer com que o aluno tome gosto pelo assunto matemático que está sendo abordado. G. Polya (1956) endossa essa afirmação dizendo que

> até estudantes bem inteligentes, podem ter aversão á Álgebra. Há sempre alguma coisa de arbitrário e artificial numa notação e o aprendizado de uma nova notação constitui sobrecarga para a memória. O estudante inteligente recusará aceitar esse ônus se ele não notar nisso nenhuma compensação. A sua aversão pela Álgebra se justificará se não lhe for dada ampla oportunidade para que ele se convença, por sua própria experiência de que a *linguagem dos símbolos matemáticos ajuda o raciocínio.* Auxiliá-lo nessa experiência constitui uma das mais importantes tarefas do professor (p.97-101).

Para o professor, ajudar o aluno a construir significados ou a (re) significar, ou experienciar a álgebra em seu contexto escolar é uma tarefa não muito fácil. Embora o currículo de matemática, em relação ao ensino da álgebra, tenha "conhecido mudanças significativas" (Coxford & Shulte, 1995, p. 40-41), percebemos que existem sérias dificuldades. Algumas das dificuldades do aluno no ensino da álgebra são: a interpretação do símbolo operatório, conforme Coxford & Shulte (1995), o uso de letras para representarem variáveis e incógnitas, traduzir a linguagem natural para a linguagem algébrica e compreender as mudanças de significado na passagem da Aritmética para a Álgebra. Esses são alguns dos principais fatores que João Pedro da Ponte (2005) também informa como causadores da desmotivação dos alunos em aprender matemática e, conseqüentemente, a álgebra.

Muitas vezes a concepção algébrica do professor e o tempo diário que ele permanece na escola dificultam sua visão e uma ação mais pontual no ensino da álgebra. Ou seja, na maioria das vezes a concepção algébrica do professor e o tempo diário que fica numa escola, dificultam seu processo de reflexão e o de se reportar ao papel da educação algébrica no ensino escolar, bem como a sua relevância na formação do aluno. Miguel, Fiorentini & Miorim (1992) citam algumas das caracterizações da educação algébrica relevantes, que são: a

[7] Não vamos nos aprofundar, nesse trabalho, sobre o estudo das atitudes. Referimos aqui a atitude negativa, tais como a rejeição.

lingüístico-pragmática, a fundamentalista-estrutural e a fundamentalista-analógica. Destacamos a lingüístico-pragmática como sendo a característica de alguns livros didáticos de matemática, pois "apregoam" a aquisição do conhecimento por meio de técnicas requeridas, tornando o aluno capaz de resolver problemas específicos ou simplesmente preparando-o para prova / avaliação.

Segundo Lins & Gimenez (1997) é necessário que a educação algébrica passe por uma reformulação. Um dos aspectos que consideramos de grande relevância na educação algébrica é a produção de significados no ensino. Percebemos no LD que os alunos têm dificuldade em entender a linguagem matemática produzida pelo livro e, com isso, a dificuldade em produzir significados desses objetos de estudos da álgebra é evidente. A deficiência na linguagem gera a possibilidade de deficiência no conhecimento algébrico. Nosso objetivo principal é procurar contribuir por meio dessa pesquisa em procedimentos que permitam encontrar formas de compreender o autor do LD em sua abordagem algébrica, e procurar compartilhar estas idéias com professores. Porque acreditamos que os professores quando compreendem a mensagem que o autor do LD quer passar podem procurar compartilhar com seus alunos os conhecimentos de álgebra, com mais entendimento. Possivelmente, a abordagem usada vai poder permitir que os seus alunos aprendam a álgebra com menos dificuldades. Quem sabe assim o professor poderá pensar em formas de complementar a abordagem de álgebra proposta pelo autor do livro didático.

1.3 PRESSUPOSTOS DE ESTUDO

Tendo como justificativa as influências dos livros didáticos e de seus autores na introdução do pensamento algébrico e nas concepções algébricas de docentes e alunos, nossos pressupostos de estudo baseiam-se em observações e indagações feitas ao longo destes anos como professora. Indagações e observações essas que foram reforçadas e / ou esclarecidas com as leituras e estudos de dissertações e teóricos pesquisados. Por exemplo, o livro *As idéias da álgebra* organizado por Coxford & Shulte (1995) e as dissertações de mestrado *As concepções de álgebra e educação algébrica dos professores de matemática* de Antônio Henrique Pinto (1999), *Das seqüências de padrões geométricos à introdução ao pensamento algébrico,* de Leila Modanez (2003), dentre outros. Minhas dúvidas e questionamentos levaram-me a tentar compreender como a introdução do pensamento algébrico e a introdução da álgebra têm sido apresentadas nos manuais didáticos. Além disso, intencionei entender as concepções algébricas perpassadas pelos discursos dos LD e dos seus autores e as

influências que esses têm na educação algébrica e nas concepções de professores e alunos.
A partir de nossas indagações e buscas pressupomos que:

I. A introdução da álgebra nos livros didáticos de matemática é feita considerando a álgebra como aritmética generalizada, como simbolização, e como resoluções de problemas nas diferentes séries. Esta forma de introdução pode contribuir tanto para acentuar as dificuldades no ensino da álgebra quanto para desenvolver o pensamento algébrico do aluno.

II. O discurso do autor de livro didático de matemática e suas concepções de álgebra e de ensino de álgebra influenciam a abordagem da introdução ao pensamento algébrico no livro didático.

III. O livro didático de matemática tem sido uma ferramenta importante para o ensino de matemática na sala de aula e fora dela. O que confirma a sua importância na abordagem da introdução do pensamento algébrico e no uso da linguagem simbólica da matemática. Com isso tem influenciado professores e alunos no ensino e aprendizagem da álgebra, contribuindo para acentuar ou não as dificuldades encontradas nesse campo da matemática.

1.4 QUESTÕES DE INVESTIGAÇÃO

Procuramos neste trabalho compreender o ensino da álgebra no contexto atual por meio do desenvolvimento do pensamento algébrico do aluno analisando o discurso do professor e as reações / opiniões dos alunos em relação ao ensino da álgebra. Também não deixamos de analisar o discurso do autor do livro didático e o livro didático usado, pois estes influenciam a prática e todas as ações pedagógicas do professor. Ou seja, para implementar nosso estudo optamos por estudar a abordagem inicial de álgebra no livro didático, buscamos também ao dialogar com os autores compreender seu discurso em relação à álgebra e ao pensamento algébrico e também em sala de aula buscamos a compreender como o professor introduz a álgebra em sua prática docente.

A partir dos pressupostos apresentados sobre a relevância de se investigar a introdução do pensamento algébrico, a abordagem da álgebra em sala de aula e as influências do livro

didático e de seu autor nas concepções de professores e alunos, destacamos quatro questões que nossa pesquisa tenta responder:

i. Que abordagens alguns livros didáticos de matemática atuais apresentam na introdução do pensamento algébrico?

ii. Que discurso do autor do livro didático evidencia sua concepção algébrica e o que ele considera relevante para a introdução do pensamento algébrico?

iii. Em que comportamentos e atitudes professores e alunos evidenciam a influência do livro didático na introdução do pensamento algébrico?

iv. Que sinalizações / indicações há sobre a abordagem da introdução à álgebra escolar nos livros didáticos?

1.5 OBJETIVOS

Para João Pedro da Ponte (2005, p. 37), a melhor forma de (re) significar a Álgebra, ao nível escolar, é dizer que visa ao desenvolvimento do pensamento algébrico. Por isso, tem-se conhecido uma crescente demanda de estudos e pesquisas sobre o assunto. Encontramos nos dias de hoje um número considerável de estudos sobre a álgebra e sua relevância para o ensino e aprendizagem do aluno.

A álgebra é um campo fascinante da matemática que tem despertado a atenção de grupos de pesquisas interessados em desvelar as causas das dificuldades encontradas no ensino e aprendizagem desse conteúdo na escola. Uma variável que não pode ser deixada de lado quando falamos da álgebra na matemática escolar é o livro didático quanto ao modelo / concepção algébrica que ele dissemina nas salas de aula. O LD ocupa lugar de destaque, atualmente, sendo um dos principais instrumentos norteadores do planejamento escolar tanto para professor quanto para o aluno. Conseqüentemente, é um grande divulgador de idéias, conhecimentos e concepções. Sendo assim, o LD influencia professores e alunos com suas idéias e conceitos. Ademais, a organização dos conteúdos e a linguagem do livro didático são o que o definem e constituem como um manual educativo. A partir dessa organização e

linguagem é possível definir a concepção da linha de conhecimento matemático do autor do LD e suas influências no ensino.

Mesmo após ações políticas que culminaram em “inovações educacionais”, encontramos LD com diversas características de linha de conhecimento nas diversas modalidades que os sistemas educacionais nomeiam, como as linhas construtivista, cartesiana, progressista, moderna, etc. No entanto, destacamos que a abordagem dos conteúdos, bem como a linguagem estabelecida no manual didático motiva ou não professores e alunos no ensino-aprendizagem em ambiente escolar.

Quanto à álgebra, percebemos que a abordagem nos LD acontece de diversas formas, mas o que se evidencia é a permanência de um estilo “sombrio”, destacando certa rigorosidade da matemática. Com isso, crescem atitudes negativas, resistências por parte tanto do professor quanto do aluno em relação ao ensino e à aprendizagem principalmente dos assuntos que constituem o campo algébrico.

Portanto, com base nessas considerações, em nosso estudo pretendemos buscar por meio do exame, da identificação e da compreensão de algumas dessas concepções e atitudes quais são as inquietações que professores e alunos têm ao se depararem com os objetos da álgebra. Antes disso, porém, buscamos estabelecer consenso a respeito do que seja pensar algebricamente, que atividades abordadas pelo LD e pelo professor levam o aluno a ter esse pensamento e que habilidades podem ser desenvolvidas com os estudos que entremeiam a álgebra. Além disso, procurando responder as questões norteadoras desta pesquisa desejamos estar contribuindo de algum modo para a educação matemática e educação algébrica. Com isso, nosso trabalho busca atingir os seguintes objetivos:

A. Identificar e caracterizar as maneiras como duas coleções de livros didáticos de matemática introduzem o pensamento algébrico.

B. Comparar as abordagens feitas sobre a introdução do pensamento algébrico nos livros didáticos analisados.

C. Identificar e fazer a caracterização do discurso do autor de LD, sua linguagem e sua concepção de introdução à álgebra.

D. Observar as atitudes de professores e alunos em relação à introdução do pensamento algébrico nos livros didáticos.

Isso porque

> entre teoria e prática persiste uma relação dialética que leva o indivíduo a partir para a prática equipado com uma teoria e a praticar de acordo com essa teoria até atingir os resultados desejados.
> Toda teorização se dá em condições ideais e somente na prática serão notados e colocados em evidência certos pressupostos que não podem ser identificados apenas teoricamente. Isto é, partir para a prática é como um mergulho no desconhecido. (D´Ambrósio 1996, p. 79).

De fato, em nossa pesquisa evidenciamos e vivenciamos o que foi citado acima. Todavia, durante o estudo verificamos outras questões de investigação que completariam ou complementariam nossas indagações iniciais, aprovadas ao longo do processo de mestrado.

Iniciamos, então, a pesquisa de campo e notamos que nossas questões de investigação não só poderiam ser respondidas como poderíamos responder a outros questionamentos que surgiram no decorrer da análise dos dados. Durante a pesquisa de campo, ao coletarmos os depoimentos e as reflexões, as histórias de vida, os saberes dos docentes e discentes, os outros teóricos lidos e estudados, a postura dos sujeitos de pesquisa em relação ao foco da pesquisa, dentre outros fatores, algumas perguntas nos deram subsídio para reformular nossas questões de investigação. E percebemos que de fato nossas perguntas norteadoras da pesquisa seriam melhor explicitadas assim:

i'. Que sinalizações / indicações há sobre a abordagem da introdução à álgebra escolar nos livros didáticos?

ii'. Que discursos do livro didático fornecem alguma indicação da sua concepção algébrica?

iii'. Como os autores de livros didáticos se aproximam ou se afastam entre si quanto à forma de abordagem da álgebra?

iv'. Que ações dos professores de matemática fornecem alguma evidência sobre a influência do livro didático na introdução do pensamento algébrico?

Referimos-nos anteriormente à influência e à indissociação do contexto sócio-histórico nos discursos e práticas dos professores e autores de livros didáticos. Porém, apesar fazermos referência ao contexto sócio-histórico, bem como às reformas e contra-reformas políticas educacionais, nosso foco de pesquisa não foi nos debruçar sobre tais questões. Mas sabemos que estas questões permeiam nosso discurso, pois estão incutidas no contexto de nossa pesquisa. Por esse motivo eliminamos o pressuposto nº 02 que tínhamos inicialmente no momento da elaboração do projeto de pesquisa na fase de qualificação, que dizia:

- Comparativamente, após as reformas e / ou políticas educacionais ao longo desses anos, a abordagem da introdução da álgebra no livro didático de matemática atual está modificada em relação aos livros-texto antigos de matemática.

Desistimos também de analisar e comparar os livros antigos com os atuais por diversos motivos que ocorreram no andamento da pesquisa. Dentre eles podemos citar:
a) algumas mudanças no foco e nos questionamentos da pesquisa de natureza qualitativa nos fizeram repensar a viabilidade deste questionamento referente aos livros antigos;
b) a imensa quantidade de dados coletados das duas coleções analisadas, das aulas observadas e dos encontros com três professores ao longo de 7 meses, das mensagens e contatos com os autores de LD, e as atividades aplicadas a um grupo de alunos dos três professores; e
c) o tempo limitado de dois anos e meio para concluir um trabalho de pesquisa de mestrado .

1.6 REFERENCIAL TEÓRICO

As dificuldades no ensino e aprendizagem da álgebra têm sido uma das preocupações que principalmente os pesquisadores vêm apontando como um dos fatores que justificam o fracasso escolar dos alunos em matemática. Muitos são os argumentos que sustentam essa tese; dentre eles percebemos que as abordagens tradicionalmente ligadas às ações pedagógicas têm focalizado principalmente o uso da memorização e repetição de fórmulas como único modo de representar os conceitos da álgebra. Essas ações são decorrentes de várias vertentes, mas que culminam num mesmo foco. Dentre elas temos a que pretendemos investigar em nosso estudo, que é buscar compreender as influências que as abordagens algébricas dos livros didáticos causam nas concepções de professores e alunos. Além disso,

as influências que estes livros causam nas ações pedagógicas dos professores na escola. Em nosso estudo procuramos contribuições para o ensino da álgebra e para o tratamento das dificuldades dos alunos na aprendizagem da álgebra. Para tanto, nesse capítulo sintetizaremos os principais trabalhos que nos ajudaram a embasar este estudo e a nortear a pesquisa de campo, bem como a utilização de instrumentos coerentes na pesquisa.

Antes dessa síntese é importante apresentarmos nossa compreensão sobre as definições de álgebra e pensamento algébrico. Com nossas leituras percebemos várias definições de álgebra e pensamento algébrico. Notamos que cada teórico justifica o conceito de álgebra e de pensamento algébrico de acordo com suas concepções. Após várias leituras chegamos ao consenso de que é necessário explicitarmos o que entendemos como álgebra e pensamento algébrico. Ressalvamos que provavelmente nossa definição está incutida de nossas concepções enquanto professora. Mas nossa intenção não é chegar a convencer de que estamos corretos e sim que temos nossa concepção e, que esta pode divergir de alguns dos teóricos que lemos e estudamos durante a pesquisa. Por isso, entendemos por pensamento algébrico a atividade do intelecto ou da razão, que age em oposição aos sentidos e à vontade manifestando a habilidade de abstrair e generalizar situações concretas ou as situações gerais na matemática. Nossa definição de álgebra perpassa a idéia de um campo da matemática, dada linguagem que utiliza os signos e símbolos, juntamente com as propriedades da aritmética para expressar idéias gerais na matemática.

Dentre várias definições de álgebra que encontramos temos a de Leila Modanez (2003) que afirma que “a álgebra é um ramo da Matemática que trata da simbolização de relações numéricas gerais, bem como das estruturas matemáticas e de como operar sobre essas estruturas” (p. 17). Pinto (1999) faz uma síntese de várias definições que encontrou em seu estudo e compreendemos que o conceito que ele tem de álgebra seria

> A álgebra enquanto conhecimento que ao mesmo tempo em que transforma o homem por ele é transformado, perpassa ao longo da história desse homem, estabelecendo em cada momento uma nova forma de relação e representação do conhecimento matemático construído pelo homem (p. 23)

Rômulo Campos Lins e Joaquim Gimenez (1997) dizem a álgebra da seguinte forma

> consiste em um conjunto de afirmações, para as quais é possível produzir significados em termos de números e operações aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade ou desigualdade. (p.150).

Em relação ao pensamento algébrico, Lins & Gimenez (1997) dizem que é uma das formas de se produzir significados na matemática e que o pensamento algébrico tem as seguintes características:

> 1. Produzir significados apenas em relação a números e operações aritméticas (...);
> 2. Considerar números e operações apenas segundo suas propriedades, e não "modelando" números em outros objetos, por exemplo, objetos "físicos" ou geométricos (...); e,
> 3. Operar sobre números não conhecidos como se fossem conhecidos (...). (p. 151).

Percebemos que as definições são diversas e algumas delas permearam nosso estudo durante a pesquisa. Nossa pesquisa terá como referenciais alguns autores que estudaram sobre álgebra, a introdução da álgebra, o pensamento algébrico e livros didáticos e suas relações.

A compreensão do desenvolvimento da matemática, particularmente da álgebra, é permeada por várias vertentes. Uma delas é sobre os aspectos do simbolismo algébrico na aprendizagem da álgebra. Carolyn Kieran (1992) segue a mesma linha de argumentação de Otto B. Bekken (1994) quando indica que a aprendizagem em matemática pode ser melhorada se for explorada toda a etapa histórica dos assuntos que fazem parte da problemática na aprendizagem. Uma das dificuldades apontadas por Bekken (1994) é a dificuldade do aluno em entender ou contextualizar os *símbolos.* Para ajudar a compreender as dificuldades no ensino da matemática, no ensino da álgebra é preciso estudar a *história dos símbolos algébricos ou da Simbologia na Álgebra.* O autor percebe a relevância de se entender os estágios da Álgebra: (1) *pré-simbólico, antes de 1600 A.D, (2) o simbólico-numérico 1600 – 1800, (3) simbólico-abstrato após 1800.* A linguagem dos símbolos está caracterizada, pelos historiadores, em três fases que devem ser consideradas em nossos estudos: a *retórica, a sincopada e a simbólica.* Além disso, para o desenvolvimento do pensamento consideraremos seus *principais elementos* em nossa análise de dados: *a introdução de símbolos; sublinhar a importância da relação entre os símbolos e não o conteúdo –, abstração em vez de intuição; a diferença entre receita e fórmula, (Bekken, 1994, p. 86)*.

Além da compreensão das dificuldades com a manipulação de símbolos na matemática, especificamente na álgebra, é relevante compreender as dificuldades encontradas na álgebra a partir da construção de estruturas cognitivas e construção de conhecimento. Jean Piaget (1983) faz um estudo sobre a construção do conhecimento a partir de estruturas. Segundo ele

o conhecimento não é *concebido* a partir de estruturas internas do indivíduo. O conhecimento *resulta* de uma construção *efetiva e contínua.* Essa construção *efetiva e contínua se consegue* a partir de interações produzidas pelo sujeito e objeto*.* A relevância dessas interações é que dependem do *intercâmbio* entre sujeito e objeto, Piaget (1983, p. 06). Concordamos com Piaget que *toda percepção* realizada, *chega a conferir significações relativas à ação dos elementos percebidos,* Piaget (1983, p. 07*). P*ercebemos que as dificuldades encontradas no ensino e aprendizagem da matemática, geralmente, decorrem da falta de percepção, conseqüentemente de dar significados às simbologias utilizadas na álgebra.

Alan J. Bishop, Ken Clements, Christine Keitel, Coltte Laborde e Jeremy Kilpatrick (1996) enfatizam sobre o uso de símbolos na matemática. É no uso da simbologia que fica caracterizada a *diferença entre pensamento aritmético e pensamento* algébrico. Percebemos que as dificuldades encontradas principalmente nas diferentes interpretações do uso das letras e na transição da aritmética para a álgebra, (Kilpatrick et al,1996). Essas interpretações inferem sobre a álgebra curricular e sobre como ela é abordada na sala de aula. Segundo os autores, um dos questionamentos que há é se *a álgebra é* decorrente *do desenvolvimento natural da aritmética ou se álgebra e aritmética* são distintas, Kilpatrick et al (1996, p. 146)*.* Além disso, defendem a idéia de Piaget que deve ser tratado no aluno o desenvolvimento de sua capacidade de operacionalizar a partir de um objeto com modelos concretos, familiar a ele.

Outra leitura que nos ajudou a compreender sobre o pensamento algébrico nas abordagens feitas pelos livros didáticos é o livro "Idéias da Álgebra" que foi publicado pelo *National Council of Teachers of Mathematics* – NCTM - Conselho Nacional de Professores de Matemática*,* tendo como organizadores Arthur F. Coxford e Albert P. Shulte (1995). O objetivo dessa associação americana foi reunir nessa obra as principais discussões sobre a álgebra objetivando tornar seu ensino mais dinâmico e moderno. O livro "As idéias da álgebra" aborda temas variados desde a reformulação curricular até a abordagem da álgebra utilizando as tecnologias. Os artigos trazem propostas ou metodologias que podem auxiliar no desenvolvimento do pensamento algébrico do aluno*.* O artigo de Lesley R. Booth (1995, p. 23-36) sinaliza as dificuldades que os alunos enfrentam ao iniciar álgebra. As dificuldades apontadas são:

- ✓ Na interpretação dos símbolos operatórios de +, -, x, : na Aritmética e na álgebra;
- ✓ a diferença entre letras e variável;
- ✓ a noção de variável e letras;
- ✓ notação simbólica.

Booth (1995) sintetiza da seguinte forma

> (...) as dificuldades encontradas decorre da interpretação que a criança faz do símbolo operatório, da necessidade de precisão absoluta no registro de informações, do uso de letras para indicar valores (uma das diferenças mais flagrantes entre a aritmética e a álgebra). (...) [e] um dos aspectos mais relevantes é a própria idéia de variável. (p. 30)

Segundo Booth (1995) para discutirmos sobre essas dificuldades é preciso não aceitar *que* se *classifique ou conceba a álgebra apenas como aritmética generalizada.* Booth (1995) afirma

> que é preciso tratar as concepções erradas, os dilemas na aprendizagem da álgebra. "*Deve-se conceber a habilidade algébrica básica como algo que ultrapassa pura manipulação de símbolos." (p. 5.)*

Com isso, para a análise das dificuldades dos alunos devemos buscar instrumentos e métodos que podem proporcionar a melhoria na introdução do pensamento algébrico da criança em sua vida escolar. É preciso aceitar que a álgebra em nível escolar visa desenvolver o pensamento algébrico, e que

> o pensamento algébrico inclui a capacidade de lidar com o cálculo algébrico e as funções. No entanto, o pensamento algébrico envolve também o "sentido do símbolo" (*symbol sense),* (...), ou seja, a capacidade de interpretar e usar de forma criativa os símbolos matemáticos, na descrição de situações e na resolução de problemas. Ou seja, no pensamento algébrico dá-se atenção não só aos objectos mas também ás relações de modo geral e abstracto tanto quanto possível. Ponte (2005, p. 37).

Durante a busca por trabalhos já realizados sobre o tema ou que envolvem álgebra e Livro Didático, tivemos acesso a algumas pesquisas que investigaram também a álgebra e que iremos citar ao longo de nosso estudo. Por exemplo, Modanez (2003) em sua dissertação de mestrado intitulada "*Das seqüências de padrões geométricos à introdução do pensamento algébrico",* percebeu a relevância em

> verificar se a introdução ao pensamento algébrico, por meio de seqüências de padrões geométricos, favorece a superação das principais dificuldades apresentadas pelos alunos que iniciam o estudo em Álgebra (Modanez, 2003, p. 30).

Concordamos com Modanez (2003) que é necessário estabelecer algumas seqüências de ensino para que a introdução do pensamento algébrico seja atingida. Notamos que a seqüência de ensino está relacionada à maneira pela qual a álgebra é abordada pelos livros didáticos e sua influência na prática didática do professor. Modanez (2003) percebeu que a seqüência de ensino da introdução da álgebra é realizada por meio da generalização da aritmética, resolução de situações – problemas que levem o aluno a *construir noções algébricas* e não somente à mecanização*.* Além disso, concordamos que o livro didático é um dos instrumentos que influenciam o ensino e aprendizagem do aluno, (2003, p. 23).

Um dos apontamentos de Modanez (2003, p. 89) é que se deve *melhor capacitar o professor para* trabalhar com o pensamento algébrico. E que este tem que *propor situações que levem o aluno a construir noções algébricas pela observação de regularidades, e não somente manipulações mecânicas",* (2003, p. 32).

Antônio Henrique Pinto (1999), em sua dissertação de mestrado intitulada A*s concepções de álgebra e educação algébrica dos professores de matemática*, percebeu que é relevante

> investigar quais as concepções de álgebra e educação matemática são dominantes entre os professores de matemática de 5ª a 8ª séries do ensino fundamental, examinando a relação existente entre elas e a prática pedagógica desses professores. (p. 10)

Uma das metodologias de pesquisa utilizadas por ele foi a de analisar alguns livros de matemática, com a *intenção de buscar elementos históricos que fundamentassem* [a] *investigação*. Concordamos com Pinto (1999, p. 77) que as concepções dos professores estão constituídas por *conhecimentos* determinados por fatores, tais como o *desenvolvimento histórico dos conteúdos e de seus métodos e* que analisar os livros didáticos nos possibilitará *examinar o desenvolvimento dos conteúdos* da introdução à álgebra. Além disso, percebemos que o ensino da álgebra deve ser iniciado mais cedo que o proposto no atual currículo de matemática. Pinto (1999) sugere ainda que o *ensino* seja *abordado, em seu aspecto teórico-metodológico, com uma alfabetização da matemática,* Pinto (1999, p. 178).

Interessou-nos ler a pesquisa de mestrado de Leila Muniz Santos (2005) intitulada *Concepções do professor de matemática sobre o ensino da álgebra* que, tal como Pinto (1999), investigou as concepções dos professores *de matemática sobre o ensino* de álgebra. Porém Santos (2005) *comparou as concepções de álgebra dos professores com as propostas por Usiskin.* Segundo Santos (2005), as propostas por Usiskin *estabelecem* as seguintes concepções:

> álgebra como aritmética generalizada, álgebra como estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas, álgebra como estudo de relações entre grandezas e álgebra como estudo das estruturas matemáticas. (p. 25)

Entendemos que o que foi proposto por Usiskin pode ser comparado com as abordagens feitas pelos autores de livros didáticos de matemática, que objetivamos analisar nesta pesquisa. Interessa – nos analisar e comparar em quais séries e como, estão sendo evidenciadas ou não as propostas de ensino da álgebra nos livros didáticos de matemática, como por exemplo, as de Usiskin nos livros didáticos de matemática.

Além de analisar e comparar as propostas de ensino e abordagem da introdução à álgebra nos livros didáticos, percebemos a possibilidade de investigar como os autores a partir de que série, em seus LD introduzem a álgebra e em que atividades eles acham que se desenvolve os pensamento algébrico do aluno.

João Carlos Passoni (2002), na dissertação de mestrado intitulada *(Pré-) Álgebra: introduzindo os números inteiros negativos,* verificou que é possível introduzir a álgebra a partir de seqüências de atividades que envolvem problemas com as operações de adição e subtração e conseqüentemente o uso de números inteiros negativos, na 3ª série do Ensino Infantil. Um dos questionamentos de Passoni (2002) foi quanto, a saber, se a terceira série seria o melhor momento para ter tal abordagem. Esse questionamento leva-nos a analisar nos PCNs (1998) a partir de que série já é prevista a introdução da álgebra. Para tanto, João Pedro da Ponte (2005), destaca no artigo *Álgebra no currículo escolar* algumas das dificuldades encontradas na aprendizagem da álgebra. Segundo ele

> trata-se de questões funcionais entre variáveis, padrões e regularidades e aspectos matemáticos da mudança, e que surgem numa variedade de representações, simbólicas, algébricas, gráficas, tabulares e geométricas, (ibid, p. 38).

Ponte (2005) destaca ainda que uma das

> dificuldades dos alunos são na transição da aritmética para álgebra. Dificuldades em usar letras para representarem variáveis e incógnitas, traduzir informação da linguagem natural para a linguagem algébrica e compreender as mudanças de significados, na aritmética e na álgebra, (p. 39).

Com isto, concordamos com o seu posicionamento de que é necessário se *repensar a abordagem do currículo da álgebra,* entendendo a álgebra de *uma forma ampla e multifacetada, valorizando o pensamento algébrico* (Pontes, 2005, p. 40-41). A relevância do *desenvolvimento do pensamento algébrico* do aluno seria uma das justificativas para o *estudo da álgebra*, como é apontado por Pontes (2005, p. 37), pois possibilita estruturar as capacidades cognitivas e manipulativas do aluno ao lidar com os entes matemáticos. A discussão das questões *relacionadas ao ensino e à aprendizagem da álgebra escolar* a partir do pensamento algébrico, é proposta da dissertação de mestrado de Paulo Sérgio de Oliveira Neves (1995). Além da perspectiva de se saber como o conhecimento algébrico é construído na *sala de aula* Neves (1995, p. 128), há uma outra perspectiva que chamou - nos a atenção: o livro didático como um forte influenciador das praticas didáticas do professor e um veículo capaz de estabelecer *novas tendências* para o ensino (1995, p. 125). Concordamos com Neves

(1995 p. 124) que mesmos os livros didáticos "inovadores" *tratam os tradicionais tópicos de álgebra de forma extremamente arcaica.* A forma como alguns livros introduzem a álgebra pode justificar as dificuldades encontradas pelos alunos no ensino e aprendizagem da álgebra.

Sobre o livro didático, Zaíra da Cunha Melo Varizo (1995) em seu artigo *O livro didático. Ontem e Hoje,* diz que o livro didático é o *principal instrumento do professor de matemática e a compreensão* do papel do livro didático em alguns contextos seria *bastante complexo.* Não objetivamos abordar com profundidade os aspectos que envolvem o livro didático em nossa pesquisa, mas não podemos desassociá-los por completo. Estaremos possivelmente deixando de lado alguns fatores relevantes que fazem, por exemplo, o livro ser aceito pela comunidade educacional e de estar influenciando fortemente o ensino e aprendizagem de alunos e professores. Varizo (1995) faz menção a *alguns aspectos evolutivos* da *história* do livro didático, tais como:

- Segunda metade do século XIV - primeira vez que a Matemática aparece como matéria, na Universidade de Oxford;
- possivelmente a impressão, em 1478 do primeiro livro didático de Matemática – o 'Aritmética di Treviso', com a intenção de tornar o cálculo acessível ao público em geral;
- com o advento do Humanismo, houve em 1482 a impressão dos Elementos de Euclides em diversas línguas – tornando best-seller do período;
- em 1667 foi publicado o protótipo do livro moderno de Matemática 'Novos Elementos' de Antoine Arnaud;
- em 1789 com a Revolução Francesa foi estabelecido o primeiro sistema escolar voltado para a educação geral e pública. No mesmo período D'Alembert apresenta um estudo de como deveria ser os livros didáticos de matemática.
- em 1792 a reforma de Condorcet de que os instrumentos para a reforma social eram os livros didáticos elementares e o treinamento de professores;
- em 1932 a unificação das disciplinas de Aritmética, Álgebra e Geometria por uma chamada de Matemática, pela reforma Francisco Campos.

(ibid, pp. 129-133)

A tese de doutoramento, intitulada *Livro didático e conhecimento histórico: uma história do saber escola de* Circe Maria Fernandes Bittencourt (1993) faz uma investigação sobre o papel do livro didático saber escolar, situando-o no contexto histórico. Bittencourt (1993, p. 18) destaca que foi a partir dos debates sobre os *manuais didáticos* formados pelos parlamentares no século XIX, que se criou a organização do sistema educacional. Observamos que neste período as traduções de livros estrangeiros, em especial de franceses e alemães, foram

intensificadas. Os franceses e alemães influenciaram o ensino do Brasil nesse período vivenciado pela poder político sobre a imprensa. Bittencourt (1993) faz-nos refletir sobre alguns pontos que podem ser observados ao analisarmos em nossa pesquisa: *defasagem dos livros didáticos e* conseqüentemente sua influência no ensino e de como é feita a *transposição do saber erudito para o saber escolar* pelos autores de livros didáticos*.* Enfatizamos que professor e aluno podem desempenhar o papel de interventores e *transformar* o papel do livro, dado como veículo ideológico para instrumento de trabalho, de socialização do saber sistematizado e não simplesmente como um veículo ideológico e reprodutor de saberes. Para que professores e alunos intervêm, principalmente no que se refere ao ensino de matemática, caracterizado pelo seu próprio rigor, é preciso que os professores ao ensinar saibam o queensinam e simplesmente não reproduzirem o que o livro didático aborda.

O desenvolvimento da prática educativa de professores de matemática foi uma das análises da dissertação de mestrado de Marco Antonio Geraldo de Oliveira (1997), intitulada *O ensino da álgebra elementar: depoimentos e reflexão daquelas que vêm fazendo sua história.* Concordamos com e complementamos a conclusão de Oliveira (1997) que o papel do professor como interventor no ensino e aprendizagem da matemática, particularmente da álgebra, está relacionada às concepções e reflexões que esses professores têm sobre suas práticas e a como concebem o ensino da matemática.

Além das concepções dos professores sobre o ensino da matemática, particularmente da álgebra, necessitaríamos *refletir epistemologicamente* sobre os conteúdos da matemática. Contextualizar os conteúdos dos livros didáticos de matemática leva-nos a uma reflexão, de uma forma diferente da sugerida por Oliveira (1997, p. 115), mas é a proposta de Paula Mara dos Reis Ferraz, na dissertação de mestrado, intitulada *A contextualização dos conteúdos em livros didáticos de matemática do ensino fundamental: uma análise comparativa.* Percebemos a relevância em citar algumas pontuações feitas por Oliveira (1997) e que não podemos deixar de lado: O movimento da Matemática Moderna – caracterizado pela reforma curricular, *tendo como finalidade a melhora da qualidade de ensino. A reforma curricular foi caracterizada: pela abordagem dedutiva da matemática, pelo rigor matemático, a ênfase na linguagem matemática, o isolamento do mundo real e o novo conteúdo* (p. 60-62). Notamos que a álgebra neste contexto por si só possui seu rigor. A linguagem algébrica, atualmente, ainda possui uma complexidade no campo da abstração. Uma das dificuldades encontradas pelos alunos é a compreensão dos símbolos usados no ensino da matemática. Percebemos que no ensino da álgebra há as dificuldades em manusear os símbolos algébricos e na compreensão dos

significados desses símbolos para álgebra. O livro didático é um dos instrumentos que veicula e enfatiza o uso dos símbolos, muitas vezes sem explicitar a relevância e significados dos símbolos e de seu uso. Chamou - nos a atenção, a comparação e análise dos conteúdos e das atividades propostas pelos livros didáticos de matemática, realizada por Oliveira (1997). Concordamos com ela no sentido que é relevante a análise do contexto social no qual está inserido o livro e a influência desse contexto no discurso do autor do livro didático.

1.7 ESTRUTURA DO TRABALHO

No capítulo dois apresentamos um breve olhar da história da álgebra e focalizamos alguns estudos sobre a contextualização da álgebra na Antigüidade, identificando o papel relevante do pensamento algébrico no contexto histórico. A importância da abordagem histórica da álgebra, epistemológica e psicológica embora sintetizada, servirá para entendermos o contexto atual da álgebra e seus desdobramentos na educação matemática.

No capítulo três (metodologia) exporemos os nossos percursos metodológicos. A metodologia adotada foi a de observar as aulas de três professores de matemática durante sete meses e de participar de seus planejamentos escolares. Nesses encontros nosso diálogo acontecia por meio de entrevistas, questionários e debates. Além disso, procuramos ouvir e observar alguns alunos desses professores e como estes desenvolviam as atividades de matemática propostas por seus professores e se as atividades desenvolvidas eram abordadas pelo docente de modo a ajudar o desenvolvimento do pensamento algébrico do aluno, preparando-o para lidar progressivamente com a álgebra. Buscamos também em alguns livros didáticos atuais adotados pelas escolas dos professores pesquisados o discurso do autor na abordagem da álgebra e como esses introduzem o pensamento algébrico. O estudo piloto inicial forneceu-nos os subsídios necessários para os caminhos seguidos nesta investigação da natureza qualitativa.

No capítulo quatro exporemos os dados coletados ainda no período de qualificação do projeto de pesquisa. Esses dados foram essenciais para delinearmos os caminhos da pesquisa.

Nos capítulos cinco e seis apresentamos as nossas interpretações e análises dos diferentes dados coletados neste estudo. Iniciamos com as análises dos discursos dos professores que participaram como sujeitos desta pesquisa. Em seguida, temos as análises das atividades de

alguns alunos dos professores observados. Em seguida, temos a análise dos discursos dos autores de livros didáticos.

No capítulo sete fizemos uma síntese da investigação e colocamos alguns desdobramentos desses estudos e reflexões da pesquisadora acerca da atividade de ingresso na pesquisa acadêmica. E incluímos ao final do trabalho as referências e os anexos deste estudo.

2 FACETAS DA ÁLGEBRA

2.1 NOTAS SOBRE A ÁLGEBRA

> "A [história da] matemática ajuda a encontrar a ordem no caos, a ordenar as idéias em seqüências lógicas, a encontrar princípios fundamentais..." (Struik, 1989)

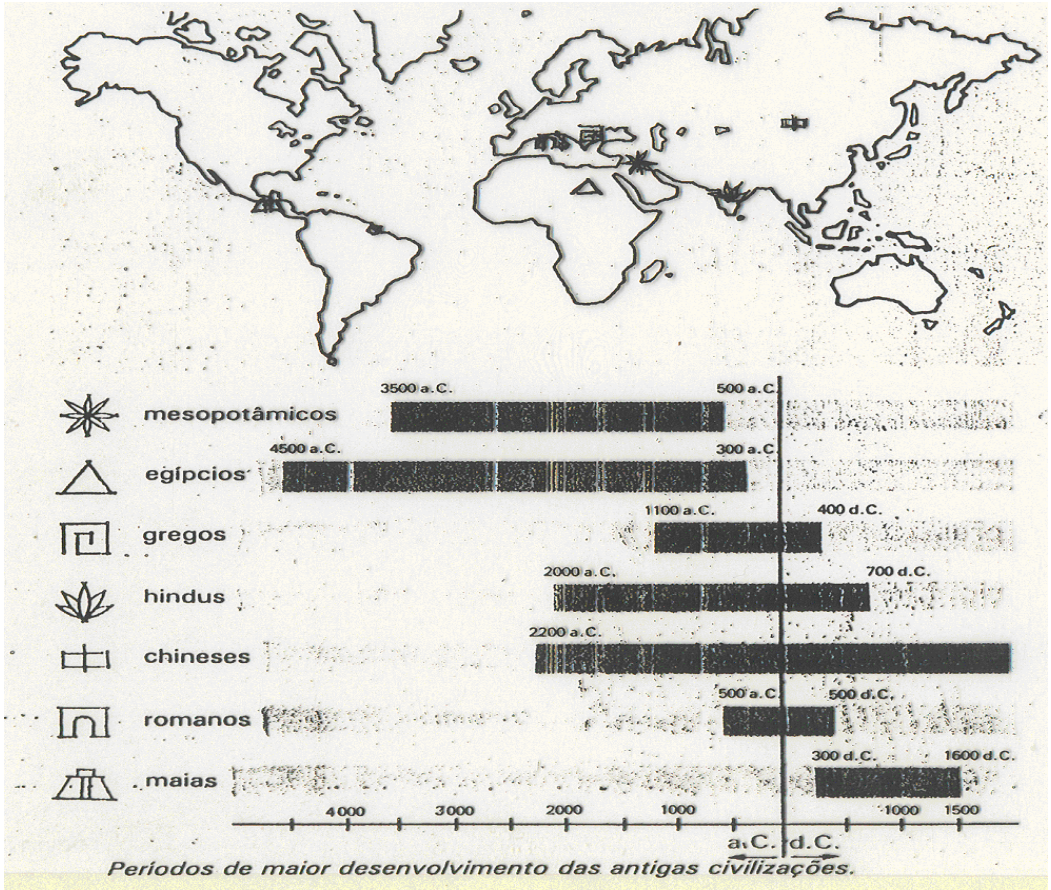


FIGURA 08 - Representação de período de existência das civilizações. (IMENES e LELLIS, 1999, p. 32)

O quadro acima possibilitará observarmos, por meio do desenvolvimento das antigas civilizações, que a álgebra é evidenciada desde os primórdios dos tempos. Mas tratar desse assunto requer uma pausa para sinalizarmos os pontos relevantes na história que possivelmente justificam algumas abordagens e as dificuldades encontradas pelos alunos

quanto à álgebra atual. Sendo assim, neste capítulo pontuaremos algumas contribuições que as civilizações antigas deram para o desenvolvimento da álgebra e mostraremos que uns conceitos são introduzidos gradativamente e outros impostos pela força das circunstâncias, como quando há muitas descobertas. Para tanto, é relevante que abramos uma lacuna para tratar da álgebra desde o seu princípio.

Historicamente, a álgebra exerceu um papel fundamental no desenvolvimento da matemática e por muito tempo designou a operação com números e a resolução de problemas, principalmente de equações. Na antiguidade os egípcios, babilônicos, chineses, indianos e árabes, dentre outros povos, desenvolveram a álgebra para embasamento de algumas práticas cotidianas.

O desenvolvimento da matemática primitiva ocorreu principalmente ao longo dos grandes rios da África e Ásia, tais como o Tigre, Nilo, Eufrates, dentre outros. De acordo com Eves (2004), grandes sociedades como a Mesopotâmia e Egito estabeleceram-se ao redor desses rios. Diante do desenvolvimento desses povos a matemática era utilizada para atender as demandas de suas atividades, ou seja, principalmente para contribuir na produção agrícola e de engenharia. Com isso, “a ênfase inicial da matemática foi dada à aritmética e à mensuração prática” (Eves, 2004, p. 20).

As civilizações antigas da Mesopotâmia desenvolveram seu modo de escrita e numeração, deixando seus registros em tabletas ou tábulas de barro. Nelas eles criaram uma matemática por meio de símbolos cuneiformes, com uma notação de base sessenta. Esses povos utilizaram uma álgebra retórica bem desenvolvida **c**omo informa Boyer (1996, p. 21). Eles não usavam “letras para quantidades desconhecidas, mas palavras tais como 'comprimento', 'largura', 'volume'”. Os matemáticos mesopotâmios foram hábeis e por volta do ano 2000 a.C já resolviam equações quadráticas[8]. Seus problemas enfatizavam resoluções de equações de até terceiro grau. Exemplo: “um problema pede o lado de um quadrado se a área menos o lado dá 14,30” (Boyer, 1996, p. 21). A resolução desse problema na linguagem moderna seria da seguinte forma: $x^2 - x = 870$. Mas os mesopotâmios a resolviam da seguinte maneira: “tome a metade de 1, que é 0;30, e multiplique 0;30 por 0;30, o que dá 0;15; some isto a 14,30, o que dá 14;30;15. Isto é o quadrado de 29;30. Agora some 0;30 a 29;30 e o resultado é 30, o lado quadrado” (Boyer, 1996, p. 22).

[8] Mais detalhes sobre a abordagem histórica das equações quadráticas ver Dissertação de Mestrado de Hiury Helmer, UFES, 2005.

A civilização egípcia desenvolveu sua escrita principalmente através de símbolos denominados hieróglifos. Há registros também de escritas em grego e em demótico. O sistema numérico dos egípcios baseava-se na escala de dez. Grande parte das escritas foi feita em papiros. O mais famoso deles é o papiro de Rhind ou papiro de Ahmes, datado de 1650 a.C., composto de 85 problemas, dentre eles os relacionados à multiplicação e à divisão, frações e determinação da área de um círculo (Eves, 2004, p. 70).

Embora a matemática dos egípcios não demonstre desenvolvimento tal como a dos babilônicos, sua habilidade em resolver equações lineares foi expressa nos papiros. A álgebra dos egípcios é caracterizada por um simbolismo. Eves (2004, p. 74) informa que "no papiro de Rhind encontram-se símbolos para mais e menos". Além do mais, utilizavam símbolos para igual e para incógnita. No papiro de Rhind encontram-se problemas relacionados à geometria, geometria algébrica, juros compostos e equações quadráticas. As tábulas egípcias de juros compostos demonstram o grau de desenvolvimento do pensamento algébrico dessa civilização. É possível notar que com tais tábulas pode-se resolver equações exponenciais do tipo $a^x = b$. Dentre os problemas aritméticos, alguns podem ser denominados de problemas algébricos. A resolução destes pode ser feita na forma $x + ax = b$ ou $x + ax + bx = c$, na qual a incógnita x é desconhecida e representada pelos egípcios pela palavra *aha*. Muitos desses exercícios evidenciavam que foram direcionados para jovens estudantes. Exemplo de um problema encontrado no papiro de Rhind: "se lhe perguntam o que é 2/3 de 1/5, tome o dobro e o sêxtuplo; esse é 2/3 dele. Deve-se proceder assim para qualquer outra fração" (Eves, 2004, p. 83).

Enquanto os egípcios e babilônicos ficaram séculos escrevendo textos em papiros e tabuletas de barro, respectivamente, a civilização grega se desenvolveu e marcou a história com sua intelectualidade cultural. Struik (1989) relata que inicialmente os estudos da matemática grega objetivavam especialmente a compreensão do lugar do homem no universo de acordo com sua racionalidade. A álgebra utilizada pelos gregos ficou conhecida como Álgebra Geométrica, pois a resolução dos problemas propostos era apresentada de forma geométrica devido à grande obra de Euclides (300 a.C., aproximadamente). Nos dias de Euclides o uso da álgebra geométrica tinha grande significado. *O* "raciocínio algébrico de Euclides era expresso totalmente numa forma geométrica" (Struik, 1989, p. 92), além do mais, "não era um instrumento ideal, mas era eficaz", como informa Boyer (1996, p. 75). Esse instrumento a matemática grega foram divulgados por vários matemáticos conceituados, dentre eles Diofanto

(por volta de 250 d.C.), que teve uma importante participação na matemática grega. Diofanto escreveu uma obra conhecida por *Arithmetica*, organizada em 13 livros. Ele usou em seus escritos um método diferente dos utilizados na era Alexandrina, mostrando um novo ramo da matemática. Seu método se assemelha ao dos babilônios (povo da Mesopotâmia), porém estes se preocupavam em resolver equações de até terceiro grau, enquanto Diofanto se dedica em quase toda a sua obra à resolução exata de equações determinadas e indeterminadas Boyer (1996, p. 123). O conjunto de livros é composto por aproximadamente 150 problemas matemáticos, a maioria deles utilizando recursos aritméticos para a resolução, embora possivelmente buscassem conseguir a generalização. Nos problemas de equações quadráticas Diofanto deu mais atenção às raízes positivas e quando as equações tinham duas raízes positivas, somente a maior era dada. O autor em questão desenvolveu uma álgebra sincopada – caracterizada pela abreviação de palavras – o que difere do que denominamos método primitivo, o retórico – caracterizado pela escrita completa das palavras. A resolução de equações na forma sincopada por Diofanto só difere da forma moderna pela falta de símbolos "especiais para a notação das operações e relações" Boyer (1996, p. 123). Essa característica da obra citada, de sincopar a álgebra, deu um novo rumo à matemática grega. Além do mais, sua forma trouxe grande influência à configuração simbólica da álgebra moderna. Segue um exemplo do uso de abreviações na coleção de Diofanto (Eves, 2004, p.209):

ξ - representa o número desconhecido. Símbolo originado da fusão de duas letras gregas (α e ρ) da palavra que indica *arithmos.*

Δ^{γ} - simboliza o número desconhecido ao quadrado. O símbolo indica as duas primeiras letras da palavra grega *dunamis* (ΔΥΝΑΜΙΣ) que significa potência.

K^{γ} - representa o número desconhecido ao cubo. O símbolo indica as duas primeiras letras da palavra grega *Kubos* (ΚΥΒΟΣ).

$\Delta^{\gamma}\Delta$ - descreve o número desconhecido à quarta potência. Indica quadrado-quadrado.

Δk^{γ} - representa o número desconhecido a quinta potência. Indica *quadrado-cubo.*

$k^{\gamma}k$ - significa o número desconhecido à sexta potência. Indica cubo-cubo.

Logo, as expressões x^3+13x^2+5x e x^3-5x^2+8x-1 no tempo de Diofanto, eram escritas na forma $k^{\gamma}\alpha\Delta^{\gamma}\iota\gamma\varsigma\varepsilon$ e $k^{\gamma}\alpha\varsigma\eta\Lambda\Delta^{\gamma}\varepsilon\overset{o}{\mathrm{M}}\alpha$

Na Índia, de acordo com Helmer (2005), grande parte do desenvolvimento da Matemática indiana se deu pelos estiradores de cordas para a construção de altares. Já a álgebra dos hindus baseou-se na resolução de equações na forma sincopada, destacando-se a fórmula de Bhaskara para a resolução de equações quadráticas.

As matemáticas orientais serviam para a prática tal como facilitar o cálculo do calendário, a administração das colheitas, a organização das obras públicas e a cobrança de impostos. Embora a atenção inicial fosse para a aritmética e a medição, as equações também foram estudadas e aplicadas pelos árabes. Estes trouxeram consideráveis contribuições à matemática moderna, principalmente à álgebra atual. Os árabes traduziram para sua língua a maior parte das obras gregas, inclusive a obra dos *Elementos de Euclides.* Além disso*,* possuíam um museu comparável ao de Alexandria.

Dentre os mestres matemáticos da época, destaca-se o matemático e astrônomo Mohammed ibu-Musa al-Khowarizmi (por volta de 850). Al-Khowarizmi escreveu algumas obras, dentre elas dois livros de matemática, um de aritmética e outro de álgebra, conforme Boyer (1996, p. 155). Segundo Struik (1989, p. 48),

> A aritmética transformou-se em álgebra, não só porque possibilitava melhores cálculos práticos, mas também porque era o resultado natural de uma ciência cultivada e desenvolvida nas escolas dos escribas. Pelas mesmas razões, a medição deu origem aos começos – mas não mais que isso – da geometria teórica. (1989, p. 48)

A origem do nome Álgebra é atribuída ao nome do livro de al-Khowarizmi, intitulado *Al-jabr Wa'l muqabalah.* A obra mostra a álgebra de forma retórica e bem mais elementar, o que difere da álgebra sincopada utilizada pelos gregos (como Diofanto). No entanto, a descrição algébrica de al-Khowarizmi se aproxima mais da álgebra elementar atual. A obra se baseia na resolução de equações, principalmente as quadráticas, numa forma sistematizada e organizada da premissa à conclusão. A álgebra de al-Khowarizmi revela muitos elementos gregos e babilônios, tais como as demonstrações geométricas e a ausência da sincopação, respectivamente. Por exemplo: "para a equação $x^2+10=39$ al-Khowarizmi traça um quadrado *ab* para representar *x²*, e sobre os quatro lados desse quadrado coloca retângulos *c*, *d*, *e* e *f*, cada um com largura 2 1/2. Para completar o quadrado maior é preciso acrescentar os quatro pequenos quadrados nos cantos, cada um tem uma área de 6 ¼ unidades. Conclui-se que para "completar quadrado" somamos 4 vezes 6 ¼ unidades ou 25 unidades, obtendo um quadrado de área total

39 + 25 = 64 unidades. O lado do quadrado grande deve ser de 8 unidades, que subtraindo 2 vezes 2 ½ ou 5 unidades, encontra-se x = 3" (Boyer, 1996, p. 158).

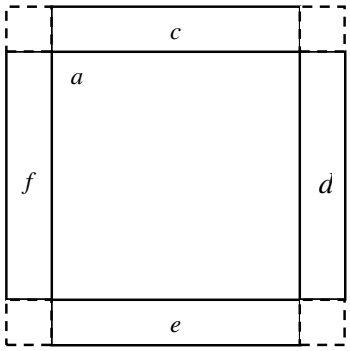


FIGURA 09 – Resolução geométrica da equação $x^2 + 10 = 39$

Muitas foram as contribuições dos árabes. Eles foram alguns dos responsáveis em traduzir principalmente do hindu e do grego obras matemáticas referentes a números, geometria e álgebra, difundindo principalmente a idéia de que o sistema de numeração atual originou-se dos árabes. Entretanto, mesmo quando "a ciência de uma sociedade progredia mais do que a de outra em período, preservava um enfoque e um simbolismo característicos" segundo Struik *(1989, p. 48).*

Citar e contar um pouco da história da álgebra e também experimentar resolver alguns dos problemas como era feito no passado e efetuar algumas construções geométricas como as que citamos anteriormente podem enriquecer as aulas de matemática. Trazermos a história da álgebra para a sala de aula pode possibilitar que os alunos compreendam melhor que o desenvolvimento de muitos assuntos da matemática não foi linear e nem simples ao longo dos tempos. Além do mais, os matemáticos levaram muito tempo para compreender e admitir a solução e importância de muitos assuntos matemáticos. Para melhor compreensão da disciplina é relevante mostrar como algumas idéias foram introduzidas gradativamente na matemática e descrever o longo processo que a ciência como essa leva em direção a uma abstração.

Abordar os aspectos históricos da álgebra neste capítulo motiva-nos em teoria não somente à tradução literal do significado da palavra álgebra, mas também ao entendimento do termo atual e contextualizado. Portanto, consideramos como nossa definição e entendimento de álgebra a parte da matemática que focaliza as propriedades matemáticas (aritméticas, geométricas, etc) em nível abstrato, utilizando como recursos símbolos.

Apresentamos, como dissemos, um pouco dos estudos que nos auxiliaram para compreender os caminhos já seguidos por pesquisas com foco na álgebra. Algumas delas sugerem metodologias que podem ser seguidas na educação algébrica, por exemplo Garbi (1997). Outras se aprofundam em fazer estudos sobre os entes algébricos, por exemplo Lins e Gimenez (1997), Kieran (1995), Usiskin (1995). E há também vários artigos citando a importância do desenvolvimento do pensamento algébrico no aluno no trabalho em sala de aula. No entanto, foram bem poucas as pesquisas encontradas que se desdobram num estudo sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico no aluno no contexto atual, assunto a que passamos a seguir.

2.2 O ENSINO DA ÁLGEBRA NO CONTEXTO ATUAL

> Hoje a matemática vem passando por uma grande transformação. Isso é absolutamente natural. Os meios de observação, de coleção de dados e de processamento desses dados, que são essenciais na criação da matemática, mudaram profundamente. Não que se tenha relaxado o rigor, mas sem dúvida o rigor cientifico hoje é de outra natureza.
> (D ´AMBRÓSIO, 1996, p. 58)

Em vários países, tais como Canadá, Portugal e Brasil, pedagogos, especialistas e pesquisadores na área educacional e professores de matemática vêm promovendo discussões sobre o ensino e a aprendizagem em matemática. Muitas delas em torno das dificuldades que os alunos têm na aprendizagem da disciplina. Um dos fatores que atualmente motiva debates é a promoção de significado da matemática para o aluno dentro de sua realidade sócio-histórica-cultural. Acredita-se que a matemática contribui para o desenvolvimento cognitivo do aluno e é também útil para a vida na sociedade atual. Isso quando o aluno consegue significar seu aprendizado matemático à sua realidade. Para tanto, várias pesquisas estão sendo realizadas. Discussões acontecem no universo da educação matemática para que se encontrem metodologias que ajudem o aluno na compreensão e na significação da matemática. Os fatores sociais, históricos, políticos e pedagógicos que inquietaram e inquietam, implícita ou explicitamente, as comunidades científicas levam-nas a pesquisar metodologias que favoreçam a prática do professor no ensino e na aprendizagem da matemática, tornando-a mais atraente para o aluno. Tudo isso possibilitou notarmos mudanças na educação matemática e no modo de concebê-la.

Embora necessitemos de mudanças mais significativas na educação, a matemática vem conquistando espaços no meio social e está sendo percebida não só como uma ciência para intelectuais, mas para todos os cidadãos comuns que queiram enveredar-se por ela. Em relação a mudanças ocorridas no ensino da disciplina, Ubiratan D´Ambrósio (1996) enfatiza que essas aconteceram mediante a grande diversidade cultural, considerando tal diversidade como a matemática avançada ou matemática universitária, a pesquisa em matemática pura e aplicada e a incorporação das etnomatemáticas na matemática elementar. Essa variedade cultural implica atualmente em perceber e conceber a disciplina como um "estilo de pensamento, uma linguagem adequada para expressar as reflexões sobre as leituras de mundo na sociedade atual" (D´Ambrósio, 1996, p. 58), ou seja, perceber a matemática como uma ferramenta que auxilia na interpretação e interação do aluno em seu cotidiano. Além de percebermos a matemática como estilo de pensamento, entendemos seu ensino de forma que a linguagem valorize o aspecto sócio-histórico-cultural da sociedade. Interpretamos tal valorização como leituras de mundo, isto é, uma forma de "expressar as reflexões sobre a natureza e as maneiras de explicação", como diz D'Ambrósio (1996, p. 58).

Uma das leituras de mundo em que a matemática, enquanto linguagem, transmite grande entrave para o ser cidadão é na utilização da linguagem simbólica ou algébrica no ensino da matemática. Embora reconheça-se uma mudança no modo de conceber a educação matemática, o currículo prescritivo escolar atual ainda não atende às "inovações" curriculares propostas pelo governo. Ainda há alto índice de reprovação na escola e na maioria das vezes a matemática é a grande 'vilã' nesse resultado. A ineficácia no ensino da matemática é atribuída ou justificada por vários fatores; um deles é a ausência de significados ou de contextualização de muitos conteúdos da matemática. Um dos componentes curriculares que causam problemas em alunos e professores e é alvo de reclamações em relação à ausência de significados na realidade cotidiana é a abordagem da álgebra em sala de aula e pelo livro didático.

Quando nos referimos ao ensino da álgebra no contexto atual tomamos como aportes teóricos iniciais os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) do Ensino Fundamental e a Lei de Diretrizes e Bases (LDB) que norteiam o ensino público no Brasil atualmente. São essas bases legais em conjunto com leis, pareceres, emendas e resoluções federais, estaduais e municipais que tentam delinear ou formatar o ensino público no Brasil. Formatar no sentido de garantir uma base curricular comum a todas as escolas públicas brasileiras. Por exemplo: A Diretrizes Curriculares Nacionais Educação Básica - Ensino Fundamental, Parecer CNE/CEB nº 04/98, informam que

> as escolas deverão reconhecer que as aprendizagens são constituídas na interação entre os processos de conhecimento, linguagem e afetivos, como conseqüência das relações entre as distintas identidades dos vários participantes do contexto escolarizado, por meio de ações inter e intra-subjetivas; as diversas experiências de vida dos alunos, dos professores e dos demais participantes do ambiente escolar, expressas por meio de múltiplas formas de diálogo, devem contribuir para a constituição de identidades afirmativas, persistentes e capazes de protagonizar ações solidárias e autônomas de constituição de conhecimento e valores indispensáveis à vida cidadã (p. 41, §III).

Dentro dessa perspectiva citada acima compreendemos que o ensino da matemática, bem como o ensino da álgebra atualmente carecem de mais contextualização com a realidade do aluno, de forma que ele desenvolva habilidades e competências por meio da interação dos conhecimentos matemáticos adquiridos com a sua realidade.

Olhar o ensino da álgebra no contexto atual tendo como documentos normativos e orientadores os PCN, a LDB e outras leis é criar possibilidades de conceber a educação algébrica como essencialidade e relevância no currículo escolar. Embora poucas mudanças tenham sido notadas no currículo da álgebra, pensar seu ensino é analisar os caminhos da educação algébrica, isto é, pensar no fazer matemático em sala de aula no que se refere à abordagem simbólica da disciplina.

Os PCN (1998) do Ensino Fundamental sugerem ensinar a álgebra a partir da 5ª série. No entanto, a introdução do pensamento algébrico em algumas coleções de LD é sugerida a partir das séries iniciais. Um exemplo disso ocorre numa coleção de livros didáticos de Matemática chamado *Matemática para Todos,* de Imenes e Lellis (2002) afirmam que na coleção as atividades que abordam seqüências de padrões geométricos, desenvolvem o pensamento algébrico do aluno.

A álgebra é considerada muito importante no currículo escolar e os livros didáticos do Brasil e de vários países dão bastante espaço ao assunto, porém com mais intensidade nas séries finais. O ensino da álgebra vem sendo valorizado, pois colabora com o desenvolvimento cognitivo das crianças. Pesquisas comprovam que desenvolvendo o pensamento algébrico os alunos se tornarão mais organizadas, mais habilidosas, com melhor leitura, inclusive de mundo, e compreenderão melhor as generalizações. Modanez (2003) informa que

> a álgebra é uma parte essencial na matemática. Desde que os seres humanos começaram a desenvolver o comércio e a lidar com a matemática, a álgebra se fazia presente. Desde os primórdios a Aritmética (números e operações), a Geometria (as formas) e Álgebra (resolução de equações e problemas). Estes ramos orientaram os povos na divisão de terras e cultivo, partilhas de bens, na astronomia, nas negociações comerciais, na arte, dentre outros (p. 25).

Atualmente a álgebra é muito presente em nossas vidas, como na engenharia, programas computacionais, organização social, na engenharia de máquinas e motores.

O que Ensinar? Como Ensinar?

Durante esta pesquisa os professores questionaram muito sobre o que devemos ensinar para o aluno levando em consideração que estes mal sabem interpretar textos, ler e escrever como realmente precisam. Certa ocasião um professor de matemática perguntou se teria que começar a igualar os alunos “por baixo”, isto é, ensinar o mínimo e não o básico exigido pelos Parâmetros Curriculares Nacionais.

Na realidade, percebemos que o ensino da álgebra não depende somente das secretarias de estados e municípios e que estes dão idéias gerais sobre o que ensinar.

O ensino da álgebra recebe influências diretas do livro didático. Este influi no currículo escolar em relação ao que se deve ensinar.

Ao final do Ensino Fundamental é ideal que as crianças conheçam a álgebra básica e ainda reconheçam as estruturas algébricas em situações práticas. É necessário também que os alunos tenham a introdução de idéias abstratas, como as noções de matemática, expressões algébricas, seqüências de padrões geométricos na proporção e na estatística.

2.3 SOBRE O PENSAMENTO ALGÉBRICO

> A Matemática caracteriza-se como uma forma de compreender e atuar no mundo e o conhecimento gerado nessa área do saber como um fruto da construção humana na sua interação constante com o contexto natural, social e cultural. Esta visão opõe-se àquela presente na maioria da sociedade e na escola que considera a Matemática como um corpo de conhecimento imutável e verdadeiro, que deve ser assimilado pelo aluno. A Matemática é uma ciência viva, não apenas no cotidiano dos cidadãos, mas também nas universidades e centros de pesquisas, onde se verifica, hoje, uma impressionante produção de novos conhecimentos que, a par de seu valor intrínseco, de natureza lógica, têm sido instrumentos úteis na solução de problemas científicos e tecnológicos da maior importância. (Brasil, 1998, p. 24)

A importância da matemática no contexto histórico-social do cidadão evidenciada nos PCNs (1998) mostra uma visão mais voltada para a realidade ou cotidiano do cidadão. Essa visão implica na redução de um modelo de matemática como ciência pronta, acabada que não se transforma, passando a considerá-la como uma ciência em processo de construção pelo ser

humano como ocorre com as outras ciências. Da mesma forma, a álgebra como linguagem matemática que utiliza as formas simbólicas para expressar fatos genéricos é considerada imutável. E a imutabilidade da álgebra no que diz respeito à sua finalidade ainda está muito presente na sociedade, já que normalmente ela ainda é pensada como um conjunto de regras a serem decoradas e aplicadas em situações específicas. Ainda há a concepção de que fora essas situações não há utilidade da álgebra com a justificativa de esta ainda ter um vocabulário complexo. Apesar disso, nosso enfoque neste trabalho é mostrar para muitos que ainda têm dúvida quanto à utilidade da álgebra, na visão dos PCNs (1998), e de mostrar que ela está presente e é aplicada constantemente e que se deve interpretá-la como uma linguagem que ajuda o cidadão a compreender e atuar no mundo, a generalizar situações, a criar padrões, etc.

Desde os primórdios a álgebra foi desenvolvida para atender principalmente a crescente demanda de ordem econômica dos povos antigos. A partir daí houve um aumento da utilização de simbolismo na álgebra. A facilidade[9] em lidar com o simbolismo auxiliou na aprendizagem e aos poucos a álgebra foi se tornando uma disciplina não apenas para intelectuais, mas para todos os cidadãos comuns. Atualmente o conhecimento algébrico é requisito indispensável no currículo escolar. Para os quais há dois enfoques observados nas leituras que fizemos sobre a álgebra e que queremos chamar a atenção: *o enfoque epistemológico e psicológico,* os quais abordaremos a seguir.

2.3.1 Enfoque Epistemológico

No enfoque epistemológico a álgebra é reconhecida como uma linguagem matemática que tem a finalidade de expressar fatos genéricos. Para isso utiliza símbolos tais como letras e sinais da aritmética. No campo de conhecimento a álgebra utiliza as mesmas propriedades da aritmética, permitindo a manipulação dessa simbologia conforme as propriedades desenvolvidas e utilizadas na aritmética. No entanto, não se pode confundir a álgebra e a aritmética como única linguagem, trocando números por letras. Cada qual se distingue nos seus objetivos. A aritmética trata dos números, das operações e suas propriedades, visando à resolução de problemas e/ou situações que necessitam dos números e de suas propriedades. Já a álgebra utiliza símbolos para exprimir fatos genéricos e questões que servem para afirmar e confirmar diversos valores numéricos independentes de serem conhecidos. Como exemplo segue uma operação feita por uma aluna da professora Ana **:**

[9] Facilidade em relação à forma de se resolver equações ou problemas na forma retórica ou sincopada. Neste caso a facilidade de manipular símbolos nas operações matemáticas foi evidente.

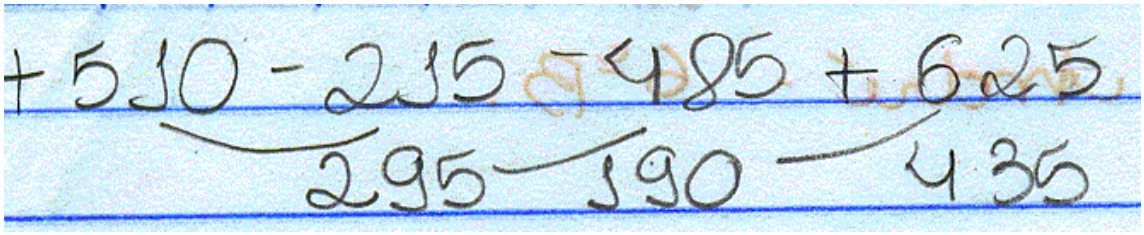


FIGURA 10: Exercício feito por uma aluna em 2006. Fonte: arquivo do diário de pesquisa.

Possivelmente, para a aritmética o exercício acima pode ser resultado de questões do tipo: "uma pessoa está jogando com seus amigos, ela iniciou o seu registro a partir da 2ª rodada, e obteve os seguintes resultados: 2ª rodada – perdeu 215 pontos, 3ª rodada – perdeu 485 pontos e última rodada – ganhou 625 pontos. Como ela pode representar a expressão que indicará o seu resultado final neste jogo?" Com estes dados ela poderá saber quantos pontos fez? O que precisaríamos saber para identificar quantos pontos ela fez na 1ª rodada?

Uma das funções da álgebra é lidar com símbolos, sendo as letras a simbologia mais utilizada, juntamente com os símbolos da aritmética, e as letras são processadas como incógnitas. O objetivo é combinar idéias gerais envolvendo valores numéricos. Sendo assim, podem-se combinar ou relacionar grandezas matemáticas a partir da idéia de função utilizando o conceito de variável. A idéia de função está presente nas razões, proporções e porcentagens, e *em diversas fórmulas matemáticas que expressam alguma dependência entre determinadas variáveis* matemáticas, e são estudadas desde o ensino fundamental.

Para que haja uma compreensão sobre a álgebra é necessário entender seu significado. Para tanto, sintetizaremos nosso entendimento definindo-a como um raciocínio processado abstratamente utilizando como recurso a simbolização e as operações com símbolos. Temos que dar atenção ao raciocínio algébrico e a simbologia utilizada sem perdemos de vista o significado do simbolismo na álgebra.

Uma compreensão que durante a pesquisa fomos adquirindo e assimilando foi a dos objetos da álgebra. Acreditamos que para os professores o entendimento geral é de que a álgebra seria abordada em seus tópicos independentes tais como expressões algébricas, equações, polinômios, funções etc. Nos livros em que estudamos e pesquisamos percebemos que os objetos da álgebra estão na Aritmética, Geometria, Álgebra e Análise. Na Aritmética, são os conjuntos numéricos com suas operações e propriedades. Na Geometria, são os pontos, retas, figuras, planos e poliedros. Na Álgebra, são todas as relações abstratas, equações e estruturas

definidas por operações. E na Análise é o estudo dos espaços, subespaços, infinitos, infinitésimos, etc. A relevância de mostrarmos os objetos da álgebra é para entendermos que é necessário ter o raciocínio algébrico em vários campos ou linguagens da matemática. Além disso, ao longo de nossa pesquisa conseguimos compreender melhor os objetos ou funções da álgebra, que servem como ferramentas para seu estudo, que Lins e Gimenez (1997) denominam o pensamento algébrico. Há várias compreensões sobre o pensamento algébrico, de acordo com a concepção de álgebra que se considera. Por exemplo, podemos considerar a álgebra como uma aritmética generalizada, a álgebra como um estudo de processos para a resolução de problemas, a álgebra como uma expressão de variação de grandezas e a álgebra como um estudo de estruturas matemáticas.

2.3.1.1 A Álgebra como Aritmética Generalizada

No entendimento de álgebra enquanto aritmética generalizada entendemos que o aluno deve dominar toda a estrutura aritmética para chegar à generalização dela. Este processo ou forma de pensar é considerado toda vez que o aluno manipula letras no lugar de números, gerando um entendimento de que a álgebra é uma linguagem mais sofisticada que a aritmética, mas com todos os recursos operatórios da aritmética. O exercício abaixo, por exemplo, tem a finalidade de trabalhar as operações da aritmética e o valor desconhecido será encontrado mediante a habilidade de se abstrair o conceito da operação e chegar à conclusão de que é necessário utilizar o conceito da operação inversa. Caso as questões fossem escritas nas formas $a + 8 = 136$; $b - 8 = 136$; $c \cdot 8 = 136$; $x \div 8 = 136$, uma forma de raciocinar de cada aluno para encontrar a resolução em cada exercício seria a mesma, ou seja, o aluno sempre vai precisar pensar na operação inversa para poder encontrar o resultado procurado em cada questão. E nesse caso as incógnitas aparecem no lugar dos números procurados. Nesse caso não estamos tratando de aritmética generalizada e sim de letras no lugar de números.

Podemos observar no exemplo retirado de um livro didático de 4ª série, que o aluno vai precisar pensar também, em cada caso, na operação inversa, para resolver cada item, ou que pode também tentar resolver cada item usando a estratégia de tentativa e erro. Mas observamos que aqui os autores deixaram apenas um espaço em branco para o aluno colocar as suas respostas. Uma das estratégias que pode ser pensada é a de trabalhar a operação inversa e tentativa e erro.

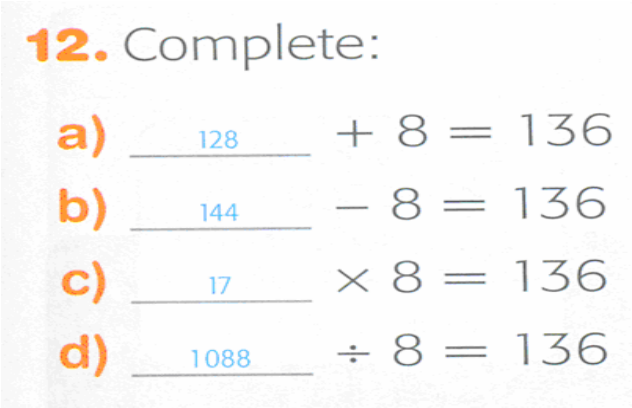


FIGURA 11: Exercício extraído do livro de matemática de Imenes, Lellis e Milani (2004), 4ªsérie, p. 123.

Já no próximo exercício, que colocamos a seguir, espera-se que o aluno observe alguns padrões sobre as divisões e que procure tirar conclusões sobre os padrões observados. Além disso, espera-se também que o aluno tenha a habilidade de generalizar indutivamente situações e propriedades da aritmética.

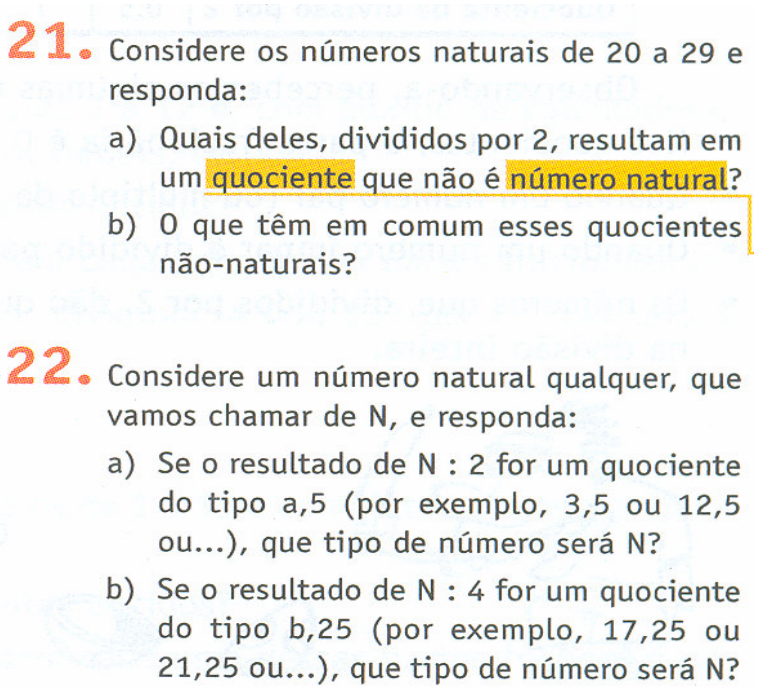

21. Considere os números naturais de 20 a 29 e responda:
a) Quais deles, divididos por 2, resultam em um quociente que não é número natural?
b) O que têm em comum esses quocientes não-naturais?
22. Considere um número natural qualquer, que vamos chamar de N, e responda:
a) Se o resultado de N : 2 for um quociente do tipo a,5 (por exemplo, 3,5 ou 12,5 ou...), que tipo de número será N?
b) Se o resultado de N : 4 for um quociente do tipo b,25 (por exemplo, 17,25 ou 21,25 ou...), que tipo de número será N?

FIGURA 12: Exercício extraído do livro de Matemática de Imenes e Lellis (2002), 5ªsérie, p. 221.

2.3.1.2 A Álgebra como Estudo de Processos para a Resolução de Problemas

Aqui entendemos a álgebra como um processo de se pensar, matematicamente, em resolver problemas matemáticos por meio de equações ou sistemas de equações. Neste caso espera-se do aluno a habilidade de identificar a incógnita de um problema e em seguida a de descrever o problema simbolicamente por meio de equações ou sistemas de equações e depois resolvê-las. E finalmente espera-se que o aluno possa resolver estas equações ou sistemas de equações. Colocaremos dois exemplos extraídos do livro de Andrini e Vasconcellos (2002, p. 189), em que uma das estratégias para se resolver o problema é algebricamente. Exemplo 1: “Num estacionamento há carros e motos, totalizando 85 veículos. O número de carros é igual a 4 vezes o de motos. Quantas motos há no estacionamento?” O exemplo 2 é colocado a seguir:

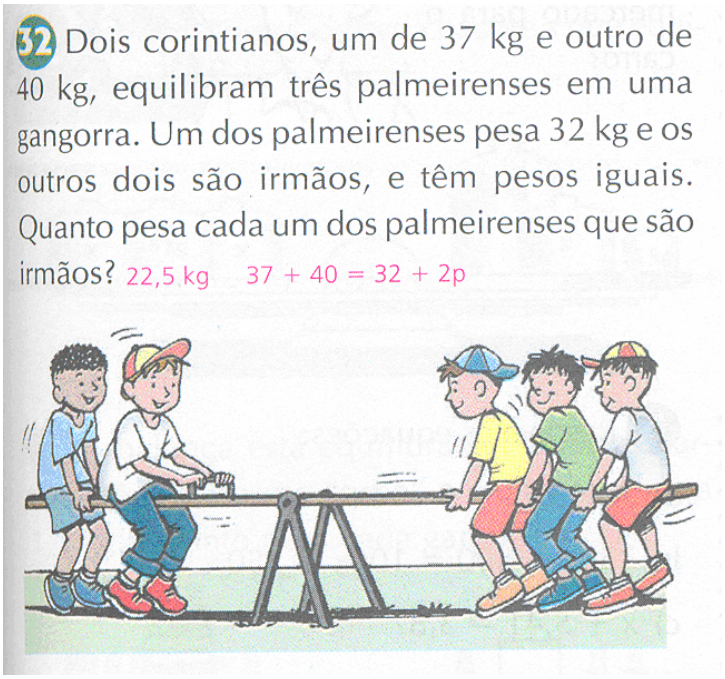
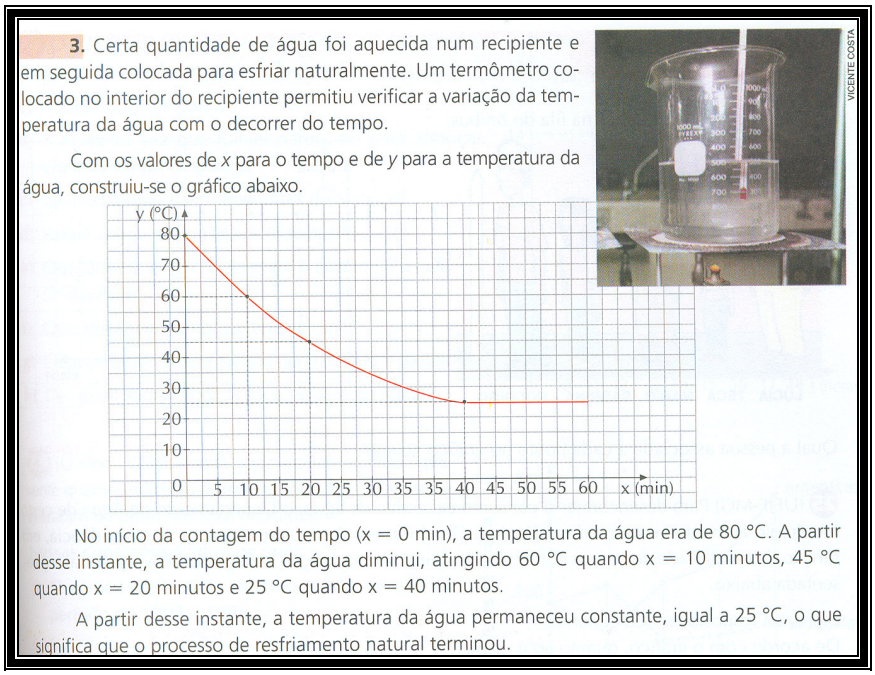

32 Dois corintianos, um de 37 kg e outro de 40 kg, equilibram três palmeirenses em uma gangorra. Um dos palmeirenses pesa 32 kg e os outros dois são irmãos, e têm pesos iguais. Quanto pesa cada um dos palmeirenses que são irmãos? 22,5 kg
37 + 40 = 32 + 2p

FIGURA 13: Exercício extraído do livro de Matemática de Andrini e Vasconcellos (2002), 6ªsérie, p. 189.

Em ambos os exercícios uma resolução pode ser de forma algébrica. Mesmo que o aluno só faça a conta e logo expresse o resultado numérico, seu raciocínio permeou o pensamento algébrico, ainda que consigamos encontrar também o resultado por meio de equações. Logo, os exemplos acima mostram algumas situações em que a utilização e aplicação da álgebra levam à resposta do problema.

2.3.1.3 A Álgebra como Expressão de Variação de Grandezas

Neste caso observa-se que as letras passam a ter sentido de algo que varia, ou seja, é possível encontrar vários valores para letras. Chamamos a letra de variável e estas estão presentes em situações matemáticas que relacionem grandezas como quantidades e medidas e representem-nas em gráficos. Solicita-se que o aluno relacione estas letras usadas como variáveis nas diferentes situações matemáticas e/ou que represente essas situações em gráficos Por exemplo: numa questão de variação de temperatura num determinado período de tempo (t), conforme a situação descrita abaixo.



3. Certa quantidade de água foi aquecida num recipiente e em seguida colocada para esfriar naturalmente. Um termômetro colocado no interior do recipiente permitiu verificar a variação da temperatura da água com o decorrer do tempo.

Com os valores de *x* para o tempo e de *y* para a temperatura da água, construiu-se o gráfico abaixo.

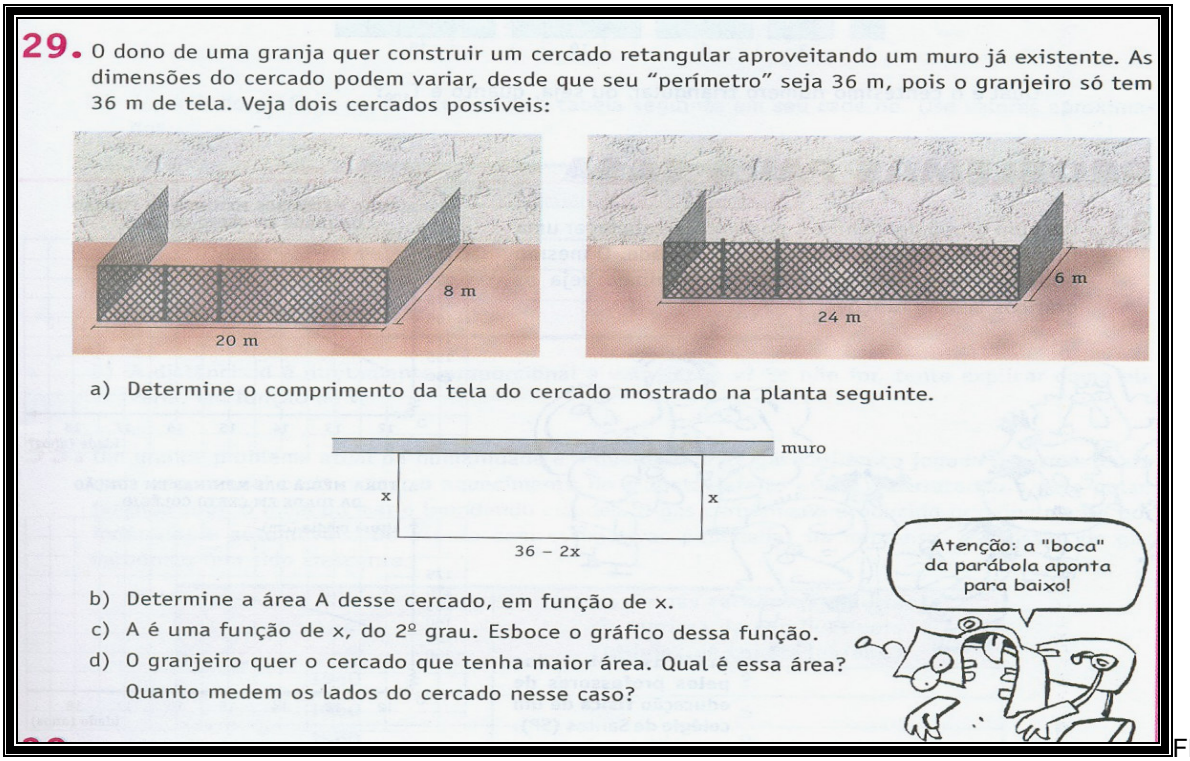
VICENTE COSTA

No início da contagem do tempo (x = 0 min), a temperatura da água era de 80 °C. A partir desse instante, a temperatura da água diminui, atingindo 60 °C quando x = 10 minutos, 45 °C quando x = 20 minutos e 25 °C quando x = 40 minutos.

A partir desse instante, a temperatura da água permaneceu constante, igual a 25 °C, o que significa que o processo de resfriamento natural terminou.

FIGURA 14: Exercício extraído do livro de matemática de Andrini e Vasconcellos (2002), 8ªsérie, p. 93.

Outro exemplo de comparação de grandezas ou de como relacionar grandezas entre si está descrito abaixo.


29. O dono de uma granja quer construir um cercado retangular aproveitando um muro já existente. As dimensões do cercado podem variar, desde que seu "perímetro" seja 36 m, pois o granjeiro só tem 36 m de tela. Veja dois cercados possíveis:
8 m
20 m
6 m
24 m
a) Determine o comprimento da tela do cercado mostrado na planta seguinte.
muro
x
x
36 – 2x
b) Determine a área A desse cercado, em função de x.
c) A é uma função de x, do 2º grau. Esboce o gráfico dessa função.
d) O granjeiro quer o cercado que tenha maior área. Qual é essa área? Quanto medem os lados do cercado nesse caso?
Atenção: a "boca" da parábola aponta para baixo!

FIGUR

A 15: Exercício extraído do livro de matemática de Imenes e Lellis (2002), 8ª série, p.197.

2.3.1.4 A Álgebra como Estudo de Estruturas Matemáticas

Neste ponto entendemos a álgebra como estudo de estruturas matemáticas como sendo a característica da álgebra de manipular variáveis envolvendo, sem qualquer ligação com um problema numérico inicial, uma função ou um padrão generalizado ou para ser generalizado. A variável é tratada como símbolo que pode ser manipulado conforme as regras da aritmética, na resolução de problemas ou mesmo como estruturas algébricas, como no caso de operações com polinômios. O exemplo abaixo é uma questão da sétima série, que para o aluno resolver dependerá do pensamento algébrico e da capacidade de manipular com os símbolos algébricos.

Multiplicação de polinômios

$(x+2)(x+3)$ $(-x+4)(x+5)$

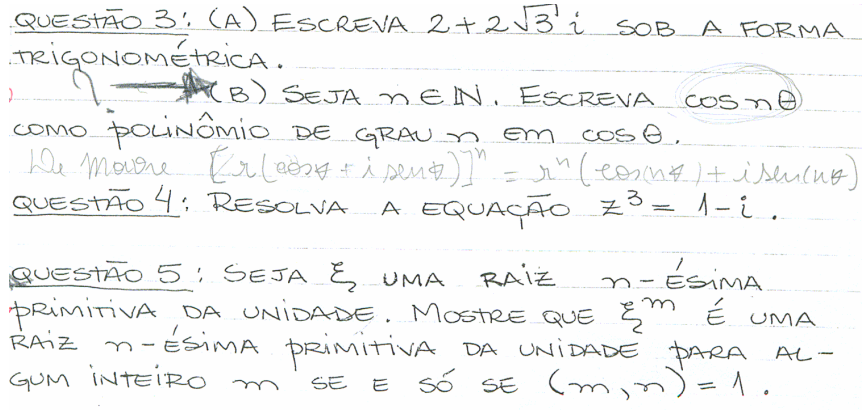
$(2x-5)(3x-2)$ $(1-2x)(4+3x)$

$(xy-7)(xy+6)$

FIGURA 16 – Exercício extraído do livro de matemática de Andrini e Vasconcellos (2002), 7ª série, p. 89

Outro exemplo são três questões de uma prova para alunos de Licenciatura em Matemática, na qual a resolução depende do pensamento algébrico do aluno e da capacidade de manipular as

variáveis. A conseqüência possível da boa manipulação dessas variáveis é encontrar o valor numérico que satisfaça a sentença ou estrutura algébrica.



QUESTÃO 3: (A) ESCREVA $2+2\sqrt{3}i$ SOB A FORMA TRIGONOMÉTRICA.

(B) SEJA $n \in \mathbb{N}$. ESCREVA $\cos n\theta$ COMO POLINÔMIO DE GRAU n EM $\cos\theta$.

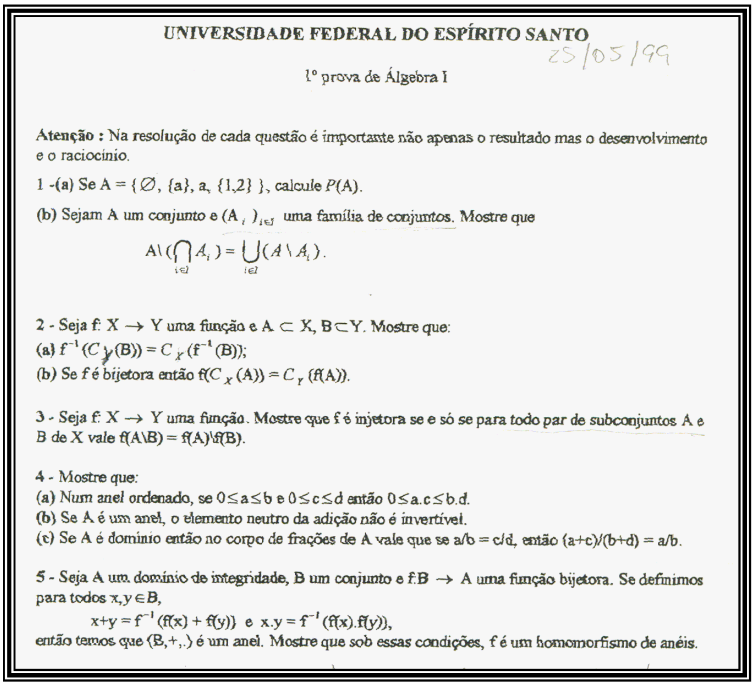
De Moivre $[r(\cos\theta + i\,\mathrm{sen}\theta)]^n = r^n(\cos(n\theta) + i\,\mathrm{sen}(n\theta))$

QUESTÃO 4: RESOLVA A EQUAÇÃO $z^3 = 1 - i$.

QUESTÃO 5: SEJA ξ_n UMA RAIZ n-ÉSIMA PRIMITIVA DA UNIDADE. MOSTRE QUE ξ_n^m É UMA RAIZ n-ÉSIMA PRIMITIVA DA UNIDADE PARA ALGUM INTEIRO m SE E SÓ SE $(m,n) = 1$.

FIGURA 17: Questões de prova de álgebra 1, UFES, 1999. Fonte: arquivo pessoal

Na figura abaixo mostramos outra situação aplicada a alunos de Licenciatura Plena em Matemática de 1999 da UFES. São exemplos da álgebra como estudos de estruturas. A relevância do exemplo é tal que podemos observar na resolução das questões a manipulação de variáveis sem importar seu valor numérico e sim suas propriedades.



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO 25/05/99

1º prova de Álgebra I

Atenção : Na resolução de cada questão é importante não apenas o resultado mas o desenvolvimento e o raciocínio.

1 -(a) Se $A = \{\emptyset, \{a\}, a, \{1,2\}\}$, calcule $P(A)$.

(b) Sejam A um conjunto e $(A_i)_{i\in J}$ uma família de conjuntos. Mostre que

$$A \setminus (\bigcap_{i\in J} A_i) = \bigcup_{i\in J} (A \setminus A_i).$$

2 - Seja $f: X \to Y$ uma função e $A \subset X$, $B \subset Y$. Mostre que:
(a) $f^{-1}(C_Y(B)) = C_X(f^{-1}(B))$;
(b) Se f é bijetora então $f(C_X(A)) = C_Y(f(A))$.

3 - Seja $f: X \to Y$ uma função. Mostre que f é injetora se e só se para todo par de subconjuntos A e B de X vale $f(A\setminus B) = f(A)\setminus f(B)$.

4 - Mostre que:
(a) Num anel ordenado, se $0 \le a \le b$ e $0 \le c \le d$ então $0 \le a.c \le b.d$.
(b) Se A é um anel, o elemento neutro da adição não é invertível.
(c) Se A é domínio então no corpo de frações de A vale que se a/b = c/d, então (a+c)/(b+d) = a/b.

5 - Seja A um domínio de integridade, B um conjunto e $f: B \to A$ uma função bijetora. Se definimos para todos $x, y \in B$,

$$x+y = f^{-1}(f(x) + f(y)) \quad \text{e} \quad x.y = f^{-1}(f(x).f(y)),$$

então temos que $(B,+,.)$ é um anel. Mostre que sob essas condições, f é um homomorfismo de anéis.

FIGURA 18: Questões de prova de álgebra 1, UFES, 1999.
Fonte: Arquivo pessoal

Nas compreensões sobre a álgebra que destacamos neste trabalho, pudemos encontrar exemplos desde a 5ª série até o ensino universitário. No entanto, percebemos que as diversas

compreensões muitas vezes não são observadas pelos professores e alunos. A impossibilidade de perceber as diferentes compreensões da álgebra que é, digamos, suas multifacetas e aplicabilidades, influencia na falta de percepção da necessidade de estudo da álgebra para o ensino e aprendizagem em matemática para professor e aluno.

Nós, professores, sabemos que para muitas coisas a álgebra não tem aplicabilidade imediata no cotidiano do aluno. Mas é importante sabermos e compreendermos a álgebra em suas diversas nuances, para que possamos no mínimo explicitá-las para o aluno ou auxiliá-lo a compreender com que significado e com que idéia de álgebra estamos trabalhando em sala de aula.

2.3.2 Enfoque Psicológico

Aqui trataremos de forma bem sintetizada sobre o campo psicológico que abrange as questões de aprendizagem em matemática. A relevância de focar sobre isto se justifica na observação que fizemos sobre o conhecimento matemático de professores e alunos durante a pesquisa e de como esses interagem em suas atividades.

A vertente que pretendemos abordar está relacionada à preocupação cognitiva do aluno em seu processo de aprendizagem algébrica segundo alguns teóricos, isto é, como se processa a representação mental do conhecimento matemático do aluno. Os problemas de aprendizagem da álgebra estão atrelados ao processo cognitivo do aluno, aos seus conhecimentos e às idéias de álgebra que o discente tem como representação mental.

O conhecimento (de mundo, científico, cultural, histórico, etc) é importante no ensino-aprendizagem da matemática, tanto para professor quanto para aluno. Entendemos que a natureza dos comportamentos dos estudantes ao resolverem alguma situação matemática pode ser interpretada pela psicologia de algumas formas, a partir do Behaviorismo, de Piaget, de Vygotsky, dentre outros.

Certa ocasião uma das professoras pesquisadas afirmou que para o aluno é necessário ter o tempo para que sua “mentalidade” seja desenvolvida. Entendemos que quando a professora citou o termo “mentalidade” ela estava se referindo à evolução da cognição do estudante.

Ao observarmos que um aluno de quinta série com idade de aproximadamente 11 ou 12 anos está inserido em um modelo de cognição de desenvolvimento das habilidades operacionais concretas e é capaz de agir no abstrato, notamos que ele tem a postura informada por Piaget (1989) - de um processo de assimilação de conhecimento. Esse processo dá-se pela acumulação de informação ao longo dos anos de vida.

Concordamos, então, com a professora quando disse que o aluno pode ainda não ter o modelo de cognição formado devido a sua idade. Todavia, ao observarmos esse mesmo aluno interagindo com todos ao seu redor, politicamente ativo e munido de historicidade num meio social diversificado, entendemos que a maturidade cognitiva já poderia ter acontecido. Desse modo, as teorias do conhecimento de Vygotsky fazem sentido e são justificáveis nesse processo de ensino e aprendizagem.

Quando o assunto é álgebra escolar, nos deparamos com algumas situações que devem ser observadas. Nossa sala de aula reflete, no campo psicológico, aquilo que nós professores pensamos, como agimos e ensinamos. É claro que, dentro desse processo cognitivo, há a interferência do meio social e histórico de cada um que compõe o ambiente escolar. Com isso, caso as interações aconteçam ou não em sala de aula elas ajudam a definir as posturas cognitivas dos alunos em relação ao ensino da álgebra. Estudiosos e psicólogos têm se preocupado em buscar na Psicologia Cognitiva formas de melhorar o aprendizado dos discentes.

Segundo David W. Carraher (1992), o modelo cognitivo está articulado ao processo de conhecimento do ser humano. Gontijo & Leite (2002) afirmam ainda que este aprende e usa o recurso mnemônico na construção de seu conhecimento. Para tanto, Carraher (1992, p.17) chama a atenção para o processo de raciocinar, pensar e, assinala que o raciocínio é a habilidade de chegarmos à conclusão de fatos, situações-problema e/ou informações. Por exemplo, é freqüente ouvir comentários de que se a pessoa sabe matemática, significa que ela tem habilidade em raciocinar bem e rápido. Carraher exemplifica isso também com um problema que diz:

> Numa prateleira numa biblioteca há dois volumes de *A História da Inteligência Brasileira,* volume I e II, juntos e em ordem. Uma traça se encontra na primeira página (página 1) do Volume I e vai perfurando em linha reta até chegar à última página (página 500) do Volume II. Se cada volume tem 4 cm de espessura (incluindo-se as capas) e cada capa tem 0,3 cm de espessura, qual foi a distância que a traça percorreu? (Calcule agora!), (1992, p. 18 - grifo do autor).

A figura abaixo ilustra o problema:

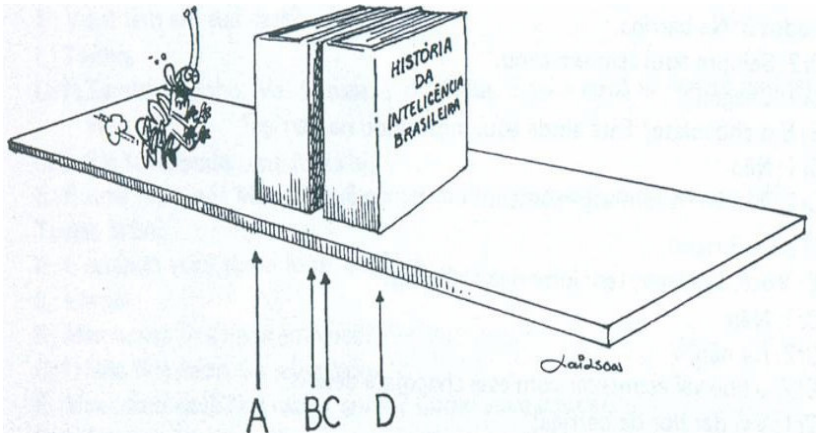


FIGURA 19 - Problema retirado do livro Aprender Pensando. Fonte: Carraher, 1992, p. 18.

Em seguida Carraher (1992) chama a atenção do leitor que respondeu 7 ou 8 cm informando que a questão não fora respondida corretamente. Esse exemplo traz ao nosso entendimento que o modelo de resolução da situação depende da representação mental que se tem, isto é, seus conhecimentos prévios, a habilidade que o aluno tem de interagir com o meio e chegar a alguma conclusão, o senso crítico que o leva a explorar o meio, a interagir e a fazer descobertas.

Na educação, para que aconteça o processo citado, os mediadores - que são os professores - devem auxiliar o aluno nessas relações que se estabelecem em sala de aula. Para tanto, o docente tem uma parcela de responsabilidade nesses processos de ensino-aprendizagem. A forma pela qual o professor leciona é um dos fatores que possibilitam ou não as interações do aluno com o meio.

Essas interações são importantes no ensino da álgebra, pois incentivam o estudante a pensar e a raciocinar ao invés de se apropriar mecanicamente de algoritmos e “macetes” e daí imitá-los. Sendo assim, o discente não consegue ser autônomo na aprendizagem e chegar a conclusões sozinho. Adriana Bonadiman trata do conhecimento, segundo a teoria de Piaget, dizendo que,

> os sujeitos percorrem uma longa jornada para a construção dos conceitos algébricos, mas esta jornada não tem a ver com a idade de nosso aluno, mas com seu desenvolvimento cognitivo. Tal jornada também pode ser tortuosa e com alguns impedimentos pelo caminho (2005, p. 09).

Interpretamos à luz da teoria piagetiana que um dos impedimentos que as crianças têm atualmente é a falta de habilidade de abstrair e expressar com signos e sinais a linguagem algébrica.

Nos dias de hoje a sociedade se esbarra num problema denominado alfabetização e letramento da criança. Há casos em que encontramos alunos na quinta série do ensino fundamental que nem ao menos sabem ler e escrever de acordo com os parâmetros estabelecidos pelos órgãos que avaliam a educação. E uma das justificativas para essa problemática é o estado de cognição de nossos alunos. Se o discente possui dificuldades de representar por meio de signos e símbolos seu raciocínio significa que o conhecimento ainda não foi bem apropriado.

Pensamos que a mediação é necessária, pois a "linguagem intervém no processo de desenvolvimento da criança", conforme Isilda Campaner Palangana (2001, p. 99). Logo, a ineficácia em um ou mais objetos que compõem o sistema lingüístico, a leitura e a escrita podem gerar a deficiência no processo mental de desenvolvimento da forma de pensar e de raciocinar da criança.

Em se tratando da linguagem algébrica, é importante também que o aluno saiba ou esteja inteirado da linguagem matemática para que seu comportamento cognitivo diante da utilização de signos e sinais que fazem parte da disciplina e que são desenvolvidos e/ou aplicados na álgebra não seja um objeto de dificuldade na aprendizagem da álgebra.

Assim sendo, interpretamos as dificuldades com álgebra em relação ao enfoque psicológico de acordo com a visão de Vygotsky de que dominar a linguagem escrita significa dominar um sistema de signos simbólicos extremamente complexo para a criança. Palangana (2001), M. K. Oliveira (1998) e Cláudia M. M. Gontijo (2006) acrescentam ainda que se o ensino for artificial converterá a aprendizagem da leitura e da escrita [10] em processo mecânico de associação entre sons e letras. Da mesma forma acontece no processo de aprendizagem da álgebra caso o ensino seja artificial. A partir dessa idéia, Carraher cita que o modelo tradicional de ensino trata o conhecimento do aluno como *conteúdo, informações, coisas e fatos a serem transmitidos*, (2002, p. 12) e ilustra da seguinte forma:

[10] Mais detalhes sobre as teorias que tratam sobre Leitura e Escrita vide A. R. Luria (2001); Claudia Maria Mendes Gontijo & Sérgio Antônio da Silva Leite (2002) e Claudia M. M. Gontijo (2006).

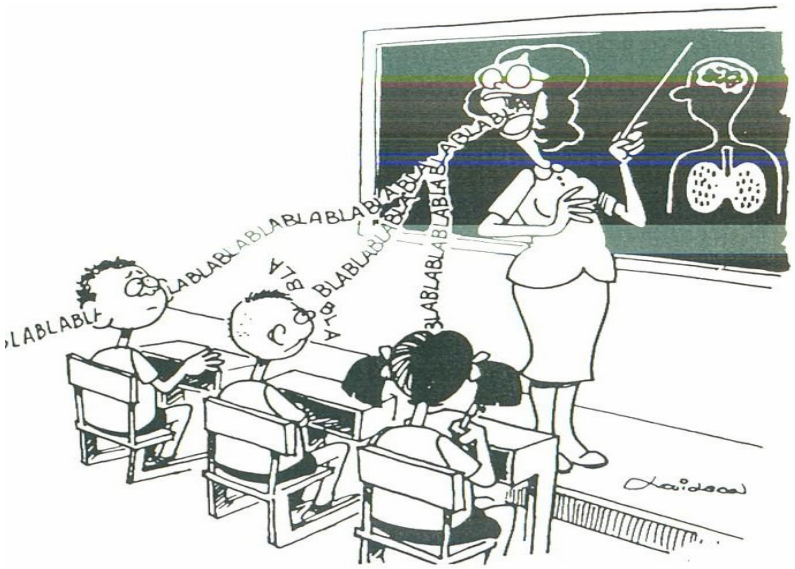


FIGURA 20 – Mostra de uma aula tradicional. Fonte: Carraher, 2002, p. 13.

Diante do exposto, temos que chamar a atenção para a relevância dos aspectos de representação simbólica que constituem a álgebra e como é feita a transposição da linguagem normal para a linguagem algébrica. Concordamos com Falcão (1997, p. 34) ao dizer que "a atividade de codificação ou transposição do problema de linguagem natural para a linguagem simbólico-formal algébrica é um papel importante na explicação dos obstáculos epistemológicos enfrentados pelo sujeitos que se iniciam na álgebra" [11]. Sendo assim deve-se tratar a representação simbólica na matemática como prioridade nas escolas, tal como é tratada a alfabetização e letramento / leitura e escrita[12].

3 METODOLOGIA

Nossa metodologia de trabalho tem cunho qualitativo. Em alguns momentos fizemos transcrição e descrição de falas dos nossos sujeitos de pesquisa. Para atingirmos nossas metas de estudo, realizamos uma pesquisa de campo, que consistiu em dialogar com três professores, observar algumas de suas aulas, analisar os livros didáticos utilizados por eles e manter um diálogo com os autores desses livros.

---

[11] Tradução nossa.

[12] Para aprofundamento do assunto recomendamos a leitura da obra "Alfabetização Matemática: As primeiras manifestações da escrita infantil" de Ocsana Danyluk (2002).

Consideramos que a pesquisa de campo iniciou-se com o estudo piloto, realizado com três professores que lecionam a disciplina de matemática preferencialmente para alunos de 5ª à 8ª série, três alunos de cada professor e alguns autores de LD de matemática. O objetivo principal do estudo piloto foi o de delinear os caminhos da pesquisa, dentro do tema proposto.

Segundo Fiorentini & Lorenzato (2006), a pesquisa de campo consta de uma etapa importante para a investigação, pois fornece informações relevantes e levam ao desenvolvimento de conhecimentos que impedem a criação de conjecturas e proposições que não condizem com a realidade. Com isso, para a elaboração de instrumentos pertinentes, o estudo de campo proporcionou explicações e compreensões para os questionamentos que tivemos sobre o ensino e aprendizagem da álgebra.

3.1 DELINEAMENTO DO ESPAÇO X TEMPO DA PESQUISA

A pesquisa de campo foi realizada em duas escolas municipais: uma de Vitória e outra de Cariacica. Entre o tempo do estudo piloto e o último dia de contato com os professores e alunos totalizaram-se sete meses. Nesse tempo íamos às escolas no mínimo três vezes por semana. Nossa coleta de dados nas escolas aconteceu através de observações das aulas e de entrevistas. Usamos inicialmente entrevistas estruturadas para que ordenássemos nossa coleta de dados. Mas em alguns momentos precisamos nos dispor a realizar entrevistas não estruturadas por causa do momento escolar e de algumas intervenções que tivemos que fazer na ocasião. Segundo Fiorentini & Lorenzato (2006) as entrevistas não estruturadas são preferidas para tratar fenômenos. Considero que tivemos que fazer entrevista não estruturada quando aconteceram fenômenos como paralisação de professores, ausência de profissionais na escola, conselho de classe e reunião de pais e de professores. E algumas vezes para atingir nosso objetivo tivemos que nos dispor a entrevistas semi-estruturadas e entrevistas não estruturadas.

O ano de 2006 foi um ano atípico para a comunidade escolar nas duas prefeituras. Houve falta de professores e conseqüentemente muitas mudanças de horários dos docentes. Por isso, o tempo de pesquisa se estendeu por quase um ano letivo. Nesse período pudemos, além de fazer a pesquisa, participar de várias discussões com o grupo de professores, que nos

evidenciaram a preocupação dos professores com o currículo escolar dos alunos, ou seja, o que se ensina e o que se está aprendendo.

A unidade de ensino de Vitória está localizada na Grande São Pedro, lugar onde a maioria da população carente se encontra. Nessa escola pudemos acompanhar casos de alunos com dificuldades de aprendizagem escolar por falta de alimentação, por ter que trabalhar para ajudar os pais e muitos que ainda estão na escola para garantir que seus responsáveis recebam das Ações governamentais de assistência social a verba correspondente por manter o filho na escola. Saber de fatores como esses foi muito importante para que pensássemos em instrumentos de coleta de dados voltados para a realidade local sem perdermos nosso foco.

Mas o que nos chamou muito a atenção foi o nível de comprometimento dos profissionais em procurar alternativas que viabilizassem a aprendizagem do aluno enquanto este estiver no ambiente escolar. Percebemos, então, que nossa contribuição seria a de formar uma ponte entre bons livros didáticos e alunos. E o mediador desse processo seria o professor e sua criatividade em estabelecer conexões atrativas.

A unidade de ensino de Cariacica está localizada numa região urbana próximo a indústrias e numa via onde muitos caminhões transportadores passam a todo o momento. A escola atende alunos de várias regiões, inclusive região rural com linhas de trem. Muitos alunos tinham que sair de casa muito cedo para chegar a tempo na escola.

Poucas foram as vezes em que participamos de discussões com os profissionais dessa escola. Mas nas vezes em que presenciamos discussões sobre a vida escolar do aluno notamos que a ênfase eram as dificuldades de leitura e escrita dos estudantes, o que fazia com que outras dificuldades aumentassem, principalmente em matemática.

Observamos que havia um discurso comum dos profissionais das duas unidades de ensino, mesmo pertencentes a órgãos públicos diferentes. A semelhança está na discussão do currículo das disciplinas visando à aprendizagem de fato com a valorização do cotidiano do aluno e das diversidades que se encontram no espaço escolar. Por um período vivenciamos conversas dos professores sobre a vida cotidiana e a violência nos bairros onde as escolas estão inseridas e como esses aspectos interferiam no rendimento escolar.

Exposto um pouco da realidade dos ambientes de pesquisa, aprofundamos nesta abordagem os contextos que entremeiam a álgebra e o pensamento algébrico utilizando a análise de conteúdo para o exame dos dados coletados. Optamos por essa metodologia de análise, pois por meio de nossas inferências, pretendemos ir além do que é apresentado pelos livros. Consideramos e chegamos à conclusão de que seria relevante em nossa pesquisa fazermos um estudo de caso com um grupo específico de professores e alunos para complementarmos o discurso do autor e o que é apresentado pelo livro didático.

Acompanhamos as atividades curriculares da escola no período do mês de junho ao mês de dezembro, pelo menos três vezes por semana. Esse tempo foi necessário, pois, com a falta de professores nesses sistemas de ensino municipal, os professores de matemática tinham que suprir as demandas da escola. Com isso, muitas vezes fomos aos planejamentos dos professores, participamos de reunião com o corpo técnico e direção das escolas e de reuniões com todos os professores. Esta participação efetiva na escola possibilitou-nos desmistificar a idéia que muitos têm de que o pesquisador está no ambiente para fazer julgamentos e receitar métodos “eficazes” para a melhoria imediata do ensino. Além do mais, nos tornamos mais familiares ao ambiente escolar e às pessoas, tornando os dados coletados mais autênticos.

Assim, nossa pesquisa busca contribuir com a educação matemática em encontrar modos de perceber o ensino da álgebra como algo que desperte no aluno a vontade de aprender mais a disciplina. Além disso, contribuir com o ensino da álgebra e tentar mostrar que é possível introduzi-la e facilitar sua aprendizagem se trabalharmos o desenvolvimento do pensamento algébrico do aluno.

3.2 COLETA DE DADOS

Nossa coleta de dados caracteriza-se por uma busca documental, em três direções:

- ✓ Análise de livros didáticos de matemática de 5ª à 8ª série, atuais;
- ✓ Informação dos autores de livros didáticos (através de entrevista);
- ✓ Informações de um grupo de professores e de alguns alunos (a partir de observações de aulas, questionários e entrevistas).

A análise de dados do livro didático foi desenvolvida tendo como critério a escolha de alguns livros didáticos de matemática aprovados pelo MEC e que estão disponíveis prioritariamente nas escolas públicas do Estado do Espírito Santo. Diante do objetivo de se analisar a introdução do pensamento algébrico nos livros didáticos de matemática iniciamos uma investigação para delimitar os livros que seriam utilizados na pesquisa. Procuramos na Superintendência de Vitória/ES informações sobre os livros adotados pelas escolas do Estado e os funcionários responsáveis nos mostraram as coleções de livros de matemática escolhidos pelas escolas e solicitados à Superintendência e quais coleções foram entregues às instituições educacionais de Vitória e de Cariacica[13]. Verificamos que no processo de escolha da escola há duas opções de livros para serem solicitados. Em algumas escolas os livros que foram enviados corresponderam à segunda opção feita pelos professores, por falta de oferta no MEC para atender ao quantitativo solicitado. Em seguida identificamos quais desses livros estavam sendo utilizados como livro-texto adotado na escola, pelos professores pesquisados. Como critério para escolha dos livros, consideramos os de maior adoção pelas escolas para que abrangêssemos o máximo de escolas possíveis. Escolhemos livros atuais, do século XXI, porque pretendemos analisar a introdução do pensamento algébrico no contexto atual. Os livros escolhidos para comparação/análise estão abaixo relacionados:

Autor(es)	**Título**	**Editora e Edição**	**Ano**
Luiz Roberto Dante	Coleção *Tudo é Matemática*	FTD 2ª ed. (1ª impressão)	*2005*
Imenes & Lellis	*Matemática para Todos*	Editora Scipione 1ª edição (3ª impressão)	*2002*

TABELA 01 – Lista de Autores

Nas escolas em que a pesquisa de campo foi desenvolvida, os professores de Vitória adotaram os livros de Andrini & Vasconcellos (2002) e os de Cariacica o de Imenes & Lellis (2002). Por causa disso, os LD atuais analisados e os autores contactados para participar da pesquisa foram esses e não o livro de Dante (2005), como fora proposto inicialmente.

[13] Todas essas informações também podem ser acessadas via Internet (www.fnde.gov.br).

Com o objetivo de compreender melhor a mensagem do livro didático, durante o período de junho de 2006 a junho de 2007, tentamos conversar com os autores dos livros didáticos atuais escolhidos, ou seja, Andrini & Vasconcellos e Imenes & Lellis. A conversa com os autores foi feita de maneira direta e indireta. Direta, pois estivemos em contato com os autores[14] dos livros didáticos escolhidos para a análise de conteúdo, entrevistando-os e tentando coletar informações que complementam a investigação. Indireta, porque coletamos dados importantes no discurso do autor do livro didático ao longo da análise dos conteúdos, exercícios propostos e no manual pedagógico, que o autor disponibiliza nos livros dedicados aos professores regentes. Nesses manuais geralmente o autor apresenta, para o professor, como devem ser trabalhadas as idéias e atividades colocadas no livro do aluno.

Além dessas, acrescemos um estudo de caso com um grupo de três professores e alguns alunos na pesquisa. Isto porque percebemos a necessidade de triangularizar também as fontes de coletas. Conversamos e aplicamos questionários semi-estruturados, entrevistamos três professores (dois de escola municipal de Vitória e um da escola municipal de Cariacica) e conversamos com alguns alunos de cada um desses professores. Nosso objetivo com o estudo de caso é, além de inferir na mensagem proposta pelo livro didático, analisar a influência dessa mensagem a introdução do pensamento algébrico e na visão/olhar dos professores e dos alunos. Marcamos com os docentes e discentes a aplicação do questionário e posteriormente combinamos uma entrevista na tentativa de, colaborativamente, conversarmos sobre os dados coletados, fazermos novas coletas e promovermos discussões / reflexões sobre a influência do livro na abordagem da álgebra na sala de aula.

3.3 TRATAMENTO E ANÁLISE DOS DADOS

Iniciamos a análise pelo índice ou sumário do livro identificando os assuntos que podem introduzir a álgebra. Em seguida identificamos nos conteúdos quais deixam implícita ou explícita a introdução do pensamento algébrico. Após isso partimos para uma análise mais profunda desses assuntos. A análise foi feita mediante as seguintes indagações:

I. O autor insere conceitos algébricos de forma implícita ou explícita?
II. O autor articula a álgebra, a aritmética e geometria? Como é feita essa articulação?
III. A introdução do pensamento algébrico - a linguagem, noções e argumentações do autor – possibilitam orientar o aluno (mostrar as utilidades da álgebra, suas aplicações e desenvolver a cognição do aluno)?

[14] Vasconcellos e Imenes representaram seus respectivos colegas escritores durante as entrevistas.

IV. No LD há uma relação entre os conhecimentos algébricos e os de outras áreas de conhecimento, de maneira a preparar o aluno para utilizar a álgebra na vida escolar?
V. No manual pedagógico (livro do professor) os autores explicitam suas concepções de álgebra?

Na análise das entrevistas com os dois autores de livro didático de matemática, verificamos se o autor:

I. Evidencia suas concepções algébricas para a abordagem da álgebra na escola;
II. Discursa de forma a evidenciar suas concepções em relação ao desenvolvimento do pensamento algébrico;
III. Valoriza em sua narrativa o estímulo ao desenvolvimento da capacidade do aluno em analisar, argumentar e generalizar;
IV. Contribui para o desenvolvimento do pensamento algébrico no cotidiano escolar do aluno.

Quanto aos questionários, o do professor, este envolve questões sobre o(s) livro(s) didático(s) adotado(s) pela escola / professor e sobre a abordagem da álgebra nesse(s) livro(s); e o do aluno envolve questões que permeiam o pensamento e o conhecimento algébrico.
Nas análises dos dados coletados através de questionários e entrevistas com os três professores tentamos identificar os seguintes itens:

I. A opinião / concepção sobre a linguagem algébrica utilizada pelos livros;
II. Como professores e alunos definem a álgebra;
III. A "visão algébrica" do professor diante da abordagem do livro didático.
VI. Até que ponto a abordagem do livro didático e o discurso do autor interferem no ensino da álgebra pelo professor em sala de aula;
V. Se há propostas que ajudam o desenvolvimento do pensamento algébrico sem que aluno e professor sejam dependentes do livro, de forma que estes o utilizem como um instrumento de trabalho dentre outros.

Vale ressaltar que o item IV surgiu após a leitura de Bittencourt, que afirma que

> as experiências vivenciadas pelos autores [...] interferiram na construção dos textos, desempenhando o papel de formador dos métodos de ensino, servindo como complemento ou prolongação das lições orais dos mestres. Os livros didáticos foram sendo acrescido de baterias de exercícios que fundamentavam os métodos de aprendizagem mas que, em essência, não transformaram a aprendizagem baseada exclusivamente na memorização. (1993, p. 343).

Após os passos acima fizemos um estudo piloto para observar nossa problemática e verificar a viabilidade de nossos instrumentos metodológicos.

4 ESTUDO PILOTO

Para realizarmos o estudo piloto contactamos algumas escolas do município de Vitória e de Cariacica e marcamos visitas para conversarmos com os professores de matemática dessas escolas. Dentre algumas visitas e conversas com vários professores de matemática, alguns se mostraram interessados em participar da pesquisa. Dentre eles, três foram os que efetivamente se mostraram disponíveis para participar deste estudo. São eles: Roberto, Ana e Gabriela[15]. O professor Roberto leciona em uma escola pública estadual do município de Vitória, Ana leciona em escolas públicas municipais de Vitória e Vila Velha e Gabriela leciona em escolas públicas municipais de Cariacica.

Com o objetivo de responder nossas indagações iniciais fizemos um estudo piloto para constatar a partir de que série o assunto *expressão algébrica* é abordado nos livros didáticos de matemática. No entanto, surgiram novos questionamentos na primeira análise que nos levaram a fazer novas buscas. Sendo assim, nosso estudo piloto ficou caracterizado pelos seguintes momentos:

- *Primeiro:* verificar a partir de que série o livro didático aborda o ensino da expressão algébrica;

- *Segundo*: observar a partir de que série o autor de livro didático desenvolve tópicos ou propõe atividades que ajudam a desenvolver o pensamento algébrico;

- *Terceiro*: analisar as falas de alguns professores e alguns alunos em relação à introdução do pensamento algébrico.

Em todos os momentos do estudo piloto utilizamos as mesmas coleções de livros didáticos de matemática. Escolhemos três coleções de LD da disciplina que foram adotadas por algumas

[15] Nome fictício para preservar a identidade dos professores.

escolas públicas e particulares de Vitória e Cariacica, no Estado do Espírito Santo. As coleções foram:

- *Tudo é Matemática* de Luiz Roberto Dante;
- *Matemática Para Todos* de Imenes & Lellis.

Nossa expectativa desde o primeiro momento deste estudo piloto até os outros momentos que se sucederam era a de nortear nossas indagações. A partir do piloto procuraríamos caminhos que possibilitassem a averiguação de nossos pressupostos de estudos.
Abaixo seguem as descrições dos três momentos do estudo citado acima.

Primeiro Momento

Nesta etapa saímos em busca de coleções de livros didáticos de matemática e buscamos informações nas editoras para sabermos quais estavam sendo mais solicitadas pelas escolas dos municípios de Vitória e Cariacica. Em seguida fomos à Secretaria de Educação (SEDU) e depois fomos encaminhados para a Superintendência de Vitória, onde se localiza o setor de livros didáticos. Nesse setor a pessoa responsável nos deu as informações solicitadas e nos indicou como verificar no endereço eletrônico do Ministério da Educação (http://www.fnde.gov.br) os nomes e as quantidades das coleções entregues a cada escola pública municipal e estadual.

Comprovamos pessoalmente em algumas escolas do município de Vitória e de Cariacica que a coleção entregue foi a solicitada pelos professores dessas escolas. Exceto em uma escola do município de Cariacica, onde os professores alegaram terem pedido a coleção *Tudo é Matemática* de Luiz Roberto Dante e receberam a coleção *Matemática Para Todos* de Imenes & Lellis. Esta última, de acordo com depoimento de alguns professores, destaca-se pela linguagem inovadora.

Abaixo estão os primeiros dados coletados.

Livro:	*Matemática para Tod*os
Autores:	**Imenes & Lellis**.
Formação Acadêmica:	**Luis Márcio Imenes – Mestre em Educação Matemática pela UNESP – Rio Claro.**

	Marcelo Lellis – Bacharel em Matemática pelo IME – SP.
Editora:	**Scipione**
Ano da publicação**:**	**2002**
Séries analisadas:	**5ª à 8ª**
Edição Impressão	**1ª** **2ª**
Aborda o ensino da expressão algébrica a partir da	**6ª série**

TABELA 02 – Dados dos autores

Livro:	*a. Tudo é Matemática*
Autor:	**Luiz Roberto Dante**
Formação Acadêmica:	**Livre-docente em Educação Matemática pela Unesp – Rio Claro.** **Mestre em Matemática pela USP** **Doutor em Psicologia da Educação: Ensino de Matemática pela PUC – SP.**
Editora:	**Ática**
Ano da publicação**:**	**2005**
Séries analisadas:	**5ª a 8ª**
Edição Impressão	**2ª** **1ª**
Aborda expressão algébrica a partir da	**6ª**

Tabela 03 – Dados dos autores.

A partir dessas observações percebemos que nossas indagações iam muito além do que a preocupação em verificarmos a partir de que série se estuda expressões algébricas, mas devíamos também saber a partir de que série se introduz a álgebra ou se desenvolve o pensamento algébrico no aluno. Por isso partimos para o segundo momento.

Segundo Momento

Esta etapa consistiu em verificar a partir de que assunto/série o autor pretende desenvolver o pensamento algébrico do aluno.

Imenes & Lellis

Os autores têm vasta experiência em publicar livros para o mercado educacional. Ao longo dos anos eles têm dado contribuições para a educação, em especial para educação matemática, publicando livros didáticos e paradidáticos que contextualizam ou mostram de forma mais prática alguns conteúdos matemáticos. No apoio pedagógico os autores indicam ao professor metodologias e recursos que podem auxiliar no ensino da matemática escolar, tais como outros livros, filmes, *software*, publicações na área de educação matemática, etc.

Os autores introduzem o assunto *expressões algébricas* na 6ª série, no capítulo intitulado *Usando letras em matemática.* Esse capítulo inicia-se com a seguinte explicação:

As fórmulas são úteis por serem a maneira mais resumida de comunicar idéias matemáticas. Além disso, a linguagem das fórmulas é universal. Vejamos outro exemplo.

Imagine um supermercado que vende cada produto de limpeza com acréscimos de 10% ao preço que pagou por ele. (Desse acréscimo, vem o lucro do supermercado.) Assim, se ele pagou 3 reais por um produto, como podemos calcular 10% de uma quantia dividindo-a por 10, o preço de venda será $3+\frac{3}{10}$***, o que resulta em 3,30 reais.***

Num supermercado, pode ser necessário calcular o acréscimo de 10% para muitos produtos. Isso costuma ser feito em computadores, usando programas chamados planilhas eletrônicas. Para utilizar com mais proveito esses programa, convém ter algum conhecimento sobre fórmulas.
No caso do acréscimo de 10%, o preço de compra é colocado numa das colunas da planilha eletrônica.
[...]

Depois, digita-se $V=C+\frac{C}{10}$ ***na coluna de preço de venda. Com base nisso, o computador calcula e exibe, em instantes, o preço de venda na coluna correspondente.***

Nesse exemplo, as fórmulas mostraram-se úteis por serem a maneira mais eficiente de dar instruções a um computador. Neste livro e em seus próximos anos de estudos, você verá muitas outras situações em que se usam fórmulas.

Exercícios

Livro didático: ***Matemática para Todos de Imenes e Lellis (2002, 6ª série, p.190-191).***

FIGURA 21 – Informação do LD.de Imenes.

No manual de professores, estes autores justificam que o capítulo que inicia a álgebra:

> mostra como e para que se usam letras em matemática e apresenta alguns cálculos literais simples.[...] aqui [...] ganham significado, porque são tratados como meio de

comunicar idéias. (Imenes & Lellis, 2002, 6ª série, p. 45)

Os autores dão uma idéia para o aluno que está tendo contato pela primeira vez com a álgebra, apresentando as fórmulas como parte desse conteúdo. A explicação dos autores para o aluno ao informar sobre a universalidade da matemática e dos símbolos matemáticos e que em qualquer lugar do mundo pode-se desenvolver alguns trabalhos práticos utilizando fórmulas é muito pertinente.

Em seguida os autores, a partir da idéia de *expressões numéricas,* sugerem ao aluno calcular com letras (Imenes & Lellis, 2002, p. 196). Desenvolvem o capítulo dando exemplos de como o aluno pode calcular com letras. Quando os autores colocam o exemplo 1 (*3.17 + 7.17 = 10.17*) na página 196 e afirmam que podemos fazer a mesma coisa utilizando letras (*3.x + 7.x = 10.x*), eles introduzem a idéia de álgebra como generalização da aritmética, confirmando esse "conceito" no exemplo seguinte ao informar que a "multiplicação tem a propriedade distributiva em relação à adição".

Observamos que embora os autores tentem colocar um outro exemplo utilizando o perímetro do retângulo com a justificativa de que estão exemplificando a utilidade das letras, o papel das fórmulas, em nosso entendimento seu exemplo também mostra a álgebra como generalização da aritmética.

Atentamos também para o fato de que os autores abordam assuntos que trabalham o desenvolvimento algébrico na sala de aula a partir da 5ª série. Os tópicos *Áreas e Perímetros, Linguagem Matemática e Generalizações* são capítulos do livro que objetivam preparar o aluno para o ensino da álgebra.

Quando observamos a obra capítulo por capítulo, percebemos que o capítulo de *linguagem matemática* explora as quatro operações e a expressão aritmética valorizando o raciocínio aritmético do aluno. No capítulo de *áreas e perímetros,* os autores consideram ou valorizam os conhecimentos prévios do aluno e usam a geometria como ferramenta condutora do desenvolvimento do pensamento algébrico. Interpretamos que a abordagem dos autores nesse último capítulo é uma maneira de introduzir intuitivamente, sem o uso de fórmulas, a noção de como se calcula a área e o perímetro do quadrado, do retângulo e do triângulo e por isso se justificam da seguinte maneira:

> Nesta coleção, as noções de área e de perímetro começaram a ser construídas já no primeiro ciclo. A aplicação conjunta dos dois conceitos deve ser recebida com naturalidade. [...] Não abordamos fórmulas de áreas de paralelogramos, triângulos, trapézios etc. Que sentido formativo têm tais fórmulas se alunos de 5ª série não entendem de onde elas surgiram [...]?
> (Imenes & Lellis, Manual do Professor, 2002, p. 46)

Após a leitura da justificativa de Imenes & Lellis entendemos que eles deixam ao professor uma análise importante que faz o docente refletir sobre o papel das fórmulas na introdução do ensino da álgebra para alunos da 5ª série, principalmente se este for tradicionalista em sua prática.

Vale destacar ainda que, no capítulo de *generalizações,* os autores afirmam que é um capítulo que inicia o desenvolvimento do pensamento algébrico:

> Este capítulo de generalizações é também uma introdução à álgebra, na medida em que, para expressar conclusões gerais, usamos letras. Além disso, ele retoma diversas idéias da geometria para criar contextos adequados à generalização (Imenes & Lellis, Manual do Professor, 5ª série, 2002, p. 50).

Verifica-se, portanto, a importância que os autores dão à álgebra, apresentando as primeiras noções desse conteúdo a partir da 5ª série.

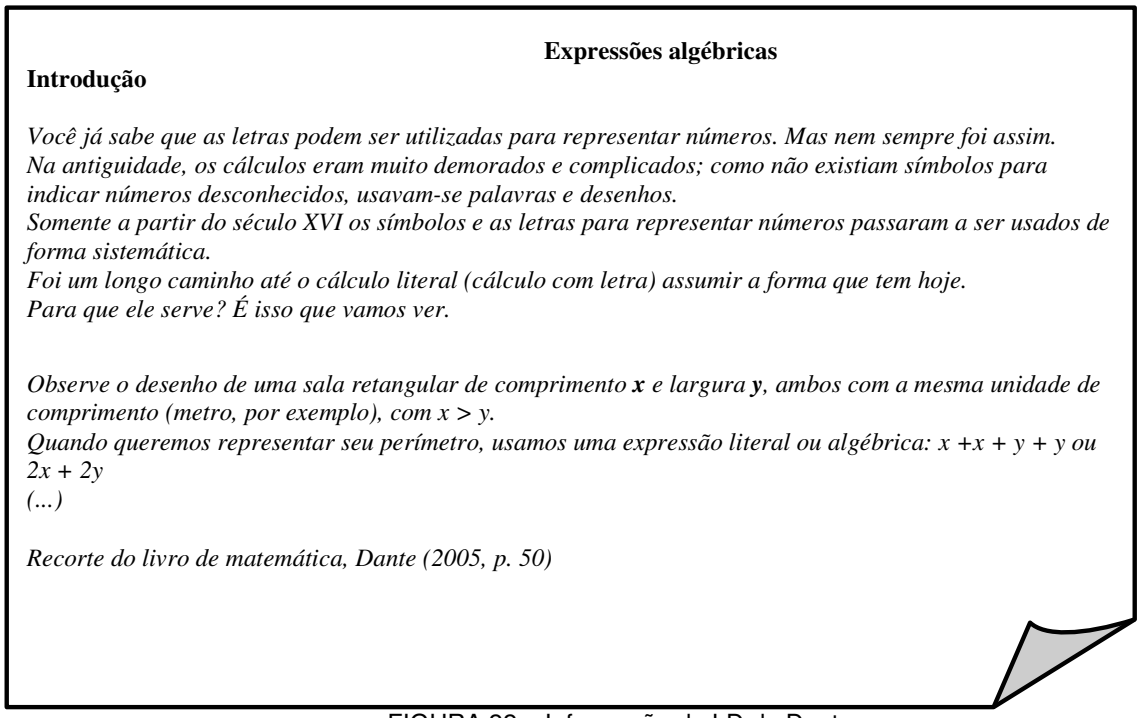
Dante

O autor inicia a álgebra na 6ª série com o capítulo *Equações do 1º grau com uma incógnita* com algumas situações-problema das quais destacamos uma a seguir:

1ª) Em um reservatório havia 58 litros de água quando foi aberta uma torneira que despeja 25 litros de água por minuto. Após quantos minutos o reservatório conterá 433 l de água?

O autor tenta mostrar a praticidade da álgebra em situações do nosso cotidiano nas páginas que se seguem no livro, informando para o aluno o conceito de expressões algébricas e dando exemplos práticos. Antes, porém, no capítulo 10 (*Perímetro, áreas e volumes*) do livro da 5ª série, o autor deixa implícita a introdução à álgebra, mas justifica isso no Manual do Professor, da seguinte maneira: “por meio de atividades o aluno é levado a concluir as fórmulas das áreas das regiões quadrada e retangular” (Dante, 2005, p. 72).

Já no livro da 7ª série o autor aborda o assunto *Expressões algébricas* da seguinte maneira:



Expressões algébricas

Introdução

Você já sabe que as letras podem ser utilizadas para representar números. Mas nem sempre foi assim.
Na antiguidade, os cálculos eram muito demorados e complicados; como não existiam símbolos para indicar números desconhecidos, usavam-se palavras e desenhos.
Somente a partir do século XVI os símbolos e as letras para representar números passaram a ser usados de forma sistemática.
Foi um longo caminho até o cálculo literal (cálculo com letra) assumir a forma que tem hoje.
Para que ele serve? É isso que vamos ver.

Observe o desenho de uma sala retangular de comprimento ***x*** *e largura* ***y****, ambos com a mesma unidade de comprimento (metro, por exemplo), com* $x > y$.
Quando queremos representar seu perímetro, usamos uma expressão literal ou algébrica: $x + x + y + y$ *ou* $2x + 2y$
(...)

Recorte do livro de matemática, Dante (2005, p. 50)

FIGURA 22 – Informação do LD.de Dante.

O autor prossegue dando alguns exemplos e no final do capítulo faz a seguinte afirmativa: "Neste capítulo você vai estudar um pouco mais sobre Álgebra resolvendo problemas" (p. 52).

Nesse capítulo o autor demonstra sua concepção de álgebra por meio da resolução de problemas. No Manual Professor o autor relata que aborda a álgebra na 5ª série de modo "interessante e significativo" (p. 53). Além disso, conclui que a partir da 5ª série um trabalho de pré-álgebra já vem sendo feito, principalmente por meio da generalização. Mas é no manual da 7ª série que Dante expõe de forma mais clara um pouco de sua concepção algébrica. Afirmando que:

> Evitamos o cálculo algébrico mecânico e enfadonho e trabalhamos o uso de letras de maneira significativa. Procuramos desenvolver conceitos, procedimentos e atitudes positivas em relação a esta importante parte da Matemática por meio de situações contextualizadas.
> As atividades foram apresentadas de modo que o aluno pudesse perceber que a linguagem algébrica é uma poderosa ferramenta para resolver problemas e para sintetizar, em fórmulas, muitos fenômenos físicos, sociais, biológicos, etc.
> Assim, enfatizamos neste capítulo as seguintes dimensões de álgebra: *aritmética generalizada*, usando as letras como generalizações de modelos e padrões aritméticos; estrutural, empregando as letras como símbolos abstratos, obtendo *expressões algébricas* equivalentes por meio de cálculos algébricos simples integrados a noções geométricas e as medidas; e, finalmente, como *resolução de equações,* em que as letras são apresentadas como incógnitas. (Manual Professor, 7ª série,p. 54, grifo do autor).

Quando estudávamos e comparávamos a disposição dos conteúdos do livro de matemática de Dante, percebemos algumas diferenças nos conteúdos do livro fornecido para a escola pública em relação ao livro utilizado na escola particular. No entanto, não é foco de nossa pesquisa debruçarmos sobre esse questionamento.

Terceiro momento

Inicialmente elaboramos um questionário que pudesse indicar as possíveis concepções que os professores têm de álgebra, além de obtermos dados sobre sua formação universitária e tempo de magistério.

Professores	**Campo de Atuação**	**Formação**	**Tempo de Magistério (em anos)**
Ana	Ensino Fundamental	Licenciatura Plena em Matemática e Pós-graduação em Matemática	10
Gabriela	Ensino Fundamental e Médio	Licenciatura Plena em Matemática e Especialização em Informática Educativa.	10
Roberto	Ensino Fundamental	Licenciatura Plena e Bacharelado em Química.	3

Tabela 04: Dados pessoais dos professores

O professor Roberto não tem habilitação em Matemática, leciona em escola estadual localizada no município de Vitória. Nas escolas estaduais, professores que não têm habilitação em Matemática podem lecionar a disciplina. Apesar de não ser licenciado, Roberto demonstrou paixão pela disciplina de matemática, pois, segundo ele, teve que se dedicar muito a essa disciplina quando cursava Química na UFES.

Como nossa pesquisa está centrada nas palavras chave: Álgebra, Pensamento algébrico e Livro Didático, foi necessário saber quais livros didáticos de matemática esses profissionais utilizavam com mais freqüência em sala de aula ou os que são adotados pelas escolas que lecionam. Tivemos as seguintes respostas:

Professor	**Livro adotado pela escola**	**Livro utilizado pelo professor**
Ana	*Novo Praticando matemática* – Andrini & Vasconcellos	Diversos – não especificados.
Gabriela	*A Conquista da Matemática A + Nova* - Giovanni e Castrucci e Gelson Iezzi	*Matemática para todos* – Lellis e Imenes
Roberto	*Novo Praticando matemática* – Andrini & Vasconcellos	*Matemática para todos* – Lellis e Imenes

Tabela 05: Livros adotados nas escolas e livros utilizados pelos professores

Quando definimos no questionário o campo “livro adotado” pela escola, nos referimos ao livro que a escola adotou para o ensino de matemática. Quando definimos o campo “livro utilizado pelo professor”, nos referimos às fontes livrescas ou bibliografias que ele utiliza em seu cotidiano no planejamento de sua aula além do adotado pela escola. Com isso, soubemos se o professor usa como recurso didático outras fontes livrescas ou somente o LD adotado pela escola. A resposta desses professores nos possibilitou refletir melhor na escolha dos LD que seriam analisados na pesquisa.

Com a finalidade de sabermos a opinião dos professores sobre em que série escolar o aluno deve iniciar o estudo da álgebra, lançamos a pergunta abaixo:

II.2) A INTRODUÇÃO À ÁLGEBRA DEVE SER DADA QUANDO?
( ) antes da 5ª série
( ) a partir da 5ª série
( ) a partir da 6ª série
( ) a partir da 7ª série
( ) a partir da 8ª série
( ) somente no ensino médio?
POR QUÊ?

FIGURA 23 - Questionário feito com os professores.

Tivemos as seguintes respostas dos professores:

Ana: - A partir da 5ª série. *Para que os alunos tenham contato, mesmo sem aprofundamento, do que vem a ser álgebra e aos poucos ir se acostumando com esse assunto que é tão "temido" pelos alunos.*

Roberto: - A partir da 5ª série. *A matemática como ciência exata, deve ser tratada de forma pensativa, ou seja, não pode ser exposta como um procedimento mecânico e repetitivo. Sendo a álgebra uma ferramenta para realizar cálculos, seus conceitos e aplicações devem ser desenvolvidos a partir da 5ª série onde o aluno já consegue ter um raciocínio mais lógico e pode equacionar problemas mais simples.*

Gabriela: - A partir da 6ª série. *Por que os alunos estão um pouco mais amadurecidos para entender o assunto.*

Com essas respostas percebemos, inicialmente, que os professores concebem a álgebra como manipulação de símbolos, como resolução de equações e de problemas. Quando a professora Ana diz que o assunto é tão temido pelos alunos, verificamos que possivelmente ela reconhece as dificuldades que seus alunos têm em álgebra e que provavelmente há inculcado em sua mente que álgebra é realmente difícil. Diante disso parece que há um conformismo em aceitar que a álgebra, bem como toda a própria matemática é difícil de ser aprendida e por isso é normal que os alunos tenham dificuldades em aprendê-la.

Elaboramos a pergunta que se segue a fim de verificar em quais das opções o professor reconhece que esteja tratando de conceitos algébricos, mesmo que implicitamente.

II.3) QUAIS DOS ASSUNTOS VOCÊ ACHA QUE O LIVRO DESENVOLVE, INTRODUZINDO O ESTUDO DA ÁLGEBRA?
( ) Áreas e Perímetros
( ) Expressões algébricas
( ) Equações
( ) Razões e Proporções
( ) Funções
( ) Qualquer uma delas
( ) Outros
SE MARCAR *OUTROS*, FAVOR ESCLARECER.

FIGURA 24 - Questionário feito com os professores.

A professora Gabriela considera que os assuntos áreas e perímetros, expressões algébricas, equações e funções introduzem a álgebra. Para Ana, expressões algébricas, razões e proporções, equações e funções. E para Roberto, áreas e perímetros, expressões algébricas, razões e proporções, equações e funções. Roberto informa que *todos esses assuntos envolvem em um primeiro momento a compreensão do problema e identificação dos elementos ou variáveis e, num segundo momento, quando uma conta será efetuada e serão abordados os conceitos algébricos.*

Após a aplicação do questionário dialogamos com cada professor sobre as questões. O diálogo foi importante para que identificássemos e comprovássemos as percepções que tivemos ao ler as respostas dos professores. Em relação a questão II.3 os professores falaram sobre suas escolhas e pensamentos à respeito da introdução algébrica. Já Roberto esclareceu que qualquer dos assuntos acima trabalha a compreensão da álgebra. As falas são importantes, pois deixam implícita a visão do professor sobre a introdução do pensamento algébrico para o aluno. Embora nenhum deles considere ou perceba que a introdução da álgebra pode ocorrer em séries anteriores à 5ª, todos reconhecem que a compreensão da álgebra é desenvolvida nos assuntos citados.

Na questão II.4, descrita abaixo, cada professor deu uma resposta diferente.

II.4) QUAIS OS ASPECTOS DA VIDA PRÁTICA EM QUE VOCÊ PERCEBE O CONCEITO DE ÁLGEBRA?

( ) Compreensão de estatística de jornal **impresso e televisionado**

( ) Pagamentos de contas e impostos

( ) Nas indústrias

( ) Nos serviços de Engenharias

( ) Qualquer uma delas

( ) Outros

SE MARCAR *OUTROS*, FAVOR ESCLARECER.

FIGURA 25 - Questionário feito com os professores.

Gabriela percebe o conceito de álgebra somente quando compreendemos estatística nos jornais, nos pagamentos de contas e impostos e nos serviços de engenharia. Já Ana a verifica quando pagamos contas e impostos e nas indústrias e serviços de engenharia. Quanto a Roberto, este informa que percebe a álgebra em todas as opções destacadas. No entanto, nenhum dos professores indicou outras possibilidades em nosso cotidiano. As opções que colocamos possuem conexão direta entre si. Nessa questão objetivamos analisar as percepções do professor em relação a cada uma das opções dadas e à possibilidade de eles fazerem a ligação entre elas. O professor Roberto atingiu esse objetivo, visto que sua justificativa se aproximou-se da resposta que intecionávamos. Sua justificativa foi que *a compreensão de uma estatística, pagamentos de conta, indústria e de serviços de engenharia são coisas que envolvem a álgebra, pois em todos eles contas e previsões são medidas e estudadas.*

O interessante é que a resposta dele vai além do que imaginávamos. Ele consegue nos dizer que percebe a álgebra como generalização da aritmética e aplicação de fórmulas.

Na ocasião da elaboração do questionário percebemos, na qualidade de docentes, que o ensino da álgebra carece de reformulações, principalmente quando pensamos em educação

básica de qualidade num contexto social diversificado. Nossa reflexão naquela ocasião foi a de (re) significar o ensino da matemática, tornando-a mais atraente para o aluno e, com isso, facilitar o processamento do ensino da álgebra. Modanez (2003) afirma que o uso de seqüências de padrões geométricos é uma das maneiras pelas quais podemos dar significado ao ensino da álgebra e desenvolver o pensamento algébrico do aluno. Não apenas com seqüência de padrões geométricos, mas com resoluções de problemas que possibilitem melhor aprendizado dos entes algébricos. Nessa perspectiva elaboramos a questão a seguir:

II.5) VOCÊ ACHA IMPORTANTE INTRODUZIR O ESTUDO DA ÁLGEBRA DE MANEIRA INTUITIVA OU NÃO FORMALIZADA DURANTE O ENSINO FUNDAMENTAL DE 5ª À 8ª?

( ) Sim ( ) Não

POR QUÊ?

FIGURA 26 - Questionário feito com os professores.

Todos os professores concordam que é importante introduzir o estudo da álgebra de maneira intuitiva não formalizada durante o ensino fundamental de 5ª à 8ª série. Eis as respostas dos professores:

Gabriela: - *O aluno irá ter mais facilidade na compreensão da álgebra envolvendo situações do seu cotidiano, e a partir daí o professor (colocará) poderá iniciar de maneira mais formalizada o conceito, através de fórmulas, equações, etc.*

Ana: *Fazendo dessa forma o impacto sofrido pelos alunos é menor. Gradualmente a formalização pode ser inserida e aceita naturalmente.*

Roberto: *A maneira intuitiva permite ao aluno reconhecer que tem domínio matemático por muitas vezes conseguir resolver esses tipos de problemas sem achar que utilizou matemática. Sendo assim, ele fica mais interessado na disciplina e depois consegue compreender de forma mais fácil a parte formalizada da disciplina.*

Quando dialogamos com os professores sobre suas respostas percebemos que eles consideram que a introdução da álgebra é feita a partir da 5ª série. Isto veio a confirmar as respostas que deram a questão II.2. Além disso, a forma de abordagem deve ser intuitiva, para

que, gradativamente, os conceitos algébricos sejam trabalhados, de forma que os alunos não sintam tantas dificuldades na aprendizagem da álgebra.

Quando a professora Ana fala sobre o impacto sofrido pelos alunos ela se refere ao modo pelo qual alguns livros fazem a abordagem da álgebra, introduzindo-a com expressões algébricas, fórmulas, etc e iniciando com entes algébricos que os alunos não estão habituados a usarem em seu cotidiano e até mesmo nos LD das séries anteriores.

Quando Gabriela fala da compreensão, a mesma alinha-a com o entendimento da álgebra. Esse alinhamento se refere ao campo conceitual de raciocínio e pensamento, ou seja, para que o aluno aprenda a álgebra "formal" com menos dificuldade, sua introdução deve ser com uma abordagem mais voltada para o cotidiano do aluno.

Após essa seqüência de perguntas, resolvemos finalizar com uma questão que pudéssemos resgatar a visão que os professores têm da abordagem da álgebra nos LD que utilizam em sala de aula.

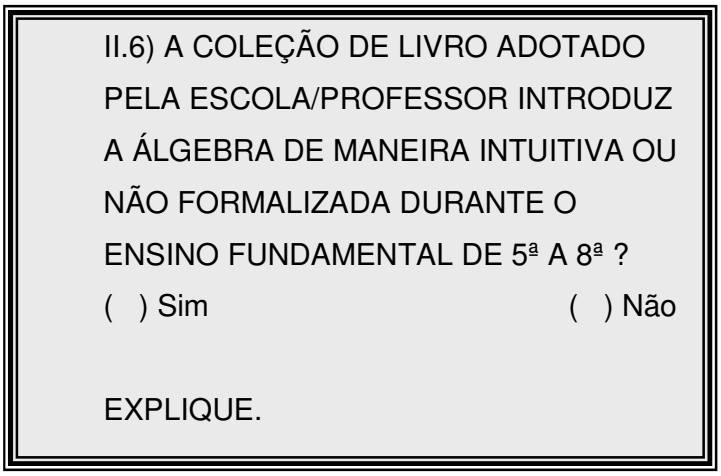

II.6) A COLEÇÃO DE LIVRO ADOTADO PELA ESCOLA/PROFESSOR INTRODUZ A ÁLGEBRA DE MANEIRA INTUITIVA OU NÃO FORMALIZADA DURANTE O ENSINO FUNDAMENTAL DE 5ª A 8ª ?
( ) Sim
( ) Não
EXPLIQUE.

FIGURA 27 - Questionário feito com os professores.

Gabriela respondeu que *não. O livro didático adotado pela escola inicia a álgebra através de equações, utilizando modelos já resolvidos, nos quais muitas vezes os alunos apenas gravam o modelo, não compreendendo o fato de que utilizamos a álgebra (fórmulas, equações, etc) para resolver problemas simples do cotidiano. Poucos livros aparecem situações em que os alunos são despertados para a compreensão e utilização da álgebra.*

Ana: - *Não. Não há preocupação em mostrar ao aluno formas variadas de resolução de um mesmo problema. A álgebra já é introduzida basicamente por fórmulas e "macetes" de resolução.*

Roberto: - *Sim. A matéria vem de forma muito intuitiva, inclusive com um "Conversando sobre o texto" em que muitas abordagens lógicas e pensativas são postas em prática. No entanto os exercícios são bem diretos e repetitivos.*

Nessas respostas os professores deixam claro o que pensam sobre o livro didático, no entanto, no decorrer da pesquisa, poderemos perceber melhor se os professores conhecem de fato o LD que utilizam em sala de aula.

Outro momento do estudo piloto foi o de dialogar com os professores sobre o ensino de álgebra que tiveram enquanto alunos do Ensino Fundamental, Médio e Superior. Nosso objetivo foi o de resgatar no professor a visão que ele tem de sua formação e levá-lo à reflexão. Para iniciarmos o diálogo pedimos aos professores que contassem como foi o ensino de álgebra que tiveram no Ensino Fundamental, Médio e Superior. Deixamos o professor com a liberdade de produzir seu relato conforme sua própria concepção. Não fizemos nenhuma interferência durante o relato, apenas gravamos as falas para que pudéssemos transcrever com precisão cada momento da entrevista. A seguir transcrevemos as falas dos professores, que chamaremos de depoimentos:

4.1 DEPOIMENTO DA PROFESSORA GABRIELA (Cariacica)

No ensino fundamental a álgebra foi dada de maneira tradicional, obedecendo ao livro didático, que utilizava exercícios modelos e nós [alunos] repetíamos.

No ensino médio estudei na Escola Técnica Federal (ETFES) e a maneira em que o professor nos ensinava não mudou muito em relação ao ensino fundamental. Utilizávamos o livro de Gelson Lezzi et al, que continha os exercícios resolvidos e o professor marcava a página e nós tentávamos fazer como o modelo. Sempre com aula expositiva.

No ensino superior estudei na Universidade Federal do Espírito Santo (UFES) e a introdução à Álgebra I e II foi da pior maneira possível. A professora copiava o livro no quadro e lia para nós. Eu ficava perdida e tinha que estudar em grupo para entender a matéria.

Por eu ter uma história de tradicionalismo desde o ensino fundamental, tenho algumas dificuldades em trabalhar com o conceito de álgebra. O livro didático utilizado na escola não ajuda muito, por isso recorro a outros livros, e também a algumas maneiras diferentes para que os alunos compreendam o conceito.

Pra mim, a álgebra é um assunto importante, pois é através dele que o aluno consegue relacionar elementos do seu cotidiano com a matemática, utilizando assim o raciocínio lógico e generalizações.

4.2 DEPOIMENTO DA PROFESSORA ANA (Vitória)

Meu ensino fundamental e médio foi fraquíssimo em todos os sentidos, incluindo o ensino de matemática. Não tinha livro didático para os alunos. O professor usava um livro bem "antigo", não se preocupava em variar suas aulas, que sempre se resumiam em breve explicação e apresentação de exercícios com exemplos e exercícios repetitivos.

Já no ensino superior o ensino foi extremamente teórico e voltado para demonstrações dessa ou daquela fórmula. Na pós-graduação foi simples revisão do que foi visto na graduação.

Como professora, percebo que as dificuldades em matemática se acentuam quando o ensino da álgebra é incluído. Os alunos ainda têm em mente que matemática é número, e não admitem ter que fazer contas utilizando letras. Tento sempre que possível dar sentido ao conteúdo e ao passar a teoria começar pelo intuitivo e concreto.

Na graduação buscava respostas para aplicações dos conteúdos matemáticos, o que não encontrei em momento nenhum. Ao contrário, quando perguntei a um professor qual a aplicação de um assunto que estava sendo estudado, recebi com resposta que ' se quisesse prática, deveria pegar uma marreta e ir quebrar pedra'.

4.3 DEPOIMENTO DO PROFESSOR ROBERTO (Vitória)

Meu ensino de álgebra sempre foi muito mecânico e nunca foi trabalhada a questão do desenvolvimento pessoal do aluno. A álgebra foi aplicada simplesmente como fórmulas matemáticas. E as fórmulas já eram pré-estabelecidas. Não era explicado como deveríamos utilizar, o que utilizar, quem substitui no lugar de quem...

No ensino superior de Química, não foi dada nenhuma atenção especial para a álgebra. Os professores partiam do pressuposto de que todos já tinham o conhecimento de álgebra. Os conhecimentos abordados nas matérias de Cálculo, Física e Química consideravam os conhecimentos adquiridos no ensino fundamental e médio. Dessa forma, se eu não tivesse vontade própria e facilidade em aprender as matérias, não teria conseguido desenvolver meus objetivos e não teria conhecimento necessário para a disciplina. Ressalvo que não foi trabalhada a álgebra de maneira intuitiva, nem generalizada com conhecimentos e aplicações do dia-a-dia.

Como professor procuro mostrar a álgebra ao contrário do que me foi mostrado. Procuro trabalhar a álgebra de forma mais intuitiva, aplicando problemas do dia-a-dia, fazendo o aluno desenvolver problemas e/ou criar problemas, procurando soluções de forma intuitiva sem aplicar de imediato fórmulas, onde o aluno possa estar criando seu próprio conhecimento.

O ensino da álgebra deve ser dado de maneira intuitiva onde o próprio aluno, através do exercício do raciocínio, irá passar a desenvolver suas próprias fórmulas de resolução sem ficar ancorado em fórmulas pré-estabelecidas. É importante que o aluno busque a compreensão do problema e possa, por conta própria, montar "o quebra-cabeça". Conforme as dificuldades vão surgindo ou aumentando as propriedades algébricas vão sendo apresentadas de maneiras lógicas e coerentes com uma finalidade. Acredito na potencialidade de raciocínio dos alunos e acho que esse é o ponto chave para o desenvolvimento de uma matemática por completo. Confio nessa metodologia de ensino como forma eficiente para uma matemática muito mais útil do que uma "simples" matéria de sala de aula.

Nos depoimentos estão explicitadas as inquietações que esses professores tiveram e têm em relação ao ensino da álgebra na escola. Percebemos a consciência crítica que os professores

têm em relação ao ensino de matemática e ao ensino da álgebra. Observamos também que as indagações de alguns deles são traduzidas pelo comprometimento de repetir em sua prática o ensino que receberam.

A fala de cada professor nos indicou o retrato do que encontramos nos alunos e uma das razões pelas quais estes não conseguem conectar a álgebra à prática e perceber no cotidiano os conceitos algébricos ou até mesmo muitos dos assuntos que se aprendem em sala de aula. Nossa preocupação inicial quando elaboramos o estudo piloto foi a de tentar comprovar e delinear nossos objetivos. No entanto, ao envolver-nos com os professores, alunos e até mesmo com o corpo pedagógico dessas unidades de ensino, promovendo um processo dialógico constante e interessante, pudemos refletir sobre a possibilidade de contribuirmos para o ensino de matemática nessas unidades de ensino, além do que havíamos planejado. Vale destacar ainda que se percebe uma ansiedade por parte de professores e alunos, principalmente, em tentar significar o aprendizado da matemática.

A partir de nossas percepções nos reunimos com os professores e dialogamos sobre o objetivo do estudo piloto, a análise que fizemos das respostas dadas ao questionário e a possibilidade de continuarem como sujeitos de nossa pesquisa. Eles aceitaram continuar participando da pesquisa, assinaram a autorização para que divulgássemos os dados coletados e a partir daí planejarmos, junto com os professores, o espaço e o tempo da pesquisa de campo que gostaríamos de fazer. Essa metodologia utilizada para o estudo piloto com os professores contribuiu de maneira significativa para o resultado desta pesquisa.

O momento que tivemos com os alunos aconteceu num tempo paralelo ao diálogo que tivemos com os professores. Fizemos um questionário com três alunos de cada docente, escolhidos aleatoriamente. As questões para os alunos são em torno de situações do cotidiano escolar e perpassam as idéias de álgebra como generalização da aritmética, como resolução de problemas, como seqüência de padrões geométricos e como elementos da álgebra (expressões algébricas e equações).

Denominaremos os alunos A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8 e A9. A1, A2 e A3 são alunos da professora Gabriela, de Cariacica; A4, A5 e A6 da professora Ana. E A7, A8 e A9 são alunos do professor Roberto.

O primeiro bloco do questionário consiste em problemas matemáticos a fim de que os alunos mostrem como a resolução é feita. Seguem algumas perguntas e respectivas respostas de alguns alunos:

> A) O número 6 é ou não solução da equação 3x + 5 = 23? Justifique.

O aluno A1 respondeu da seguinte maneira:

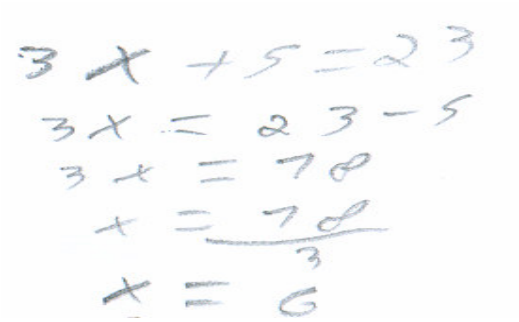
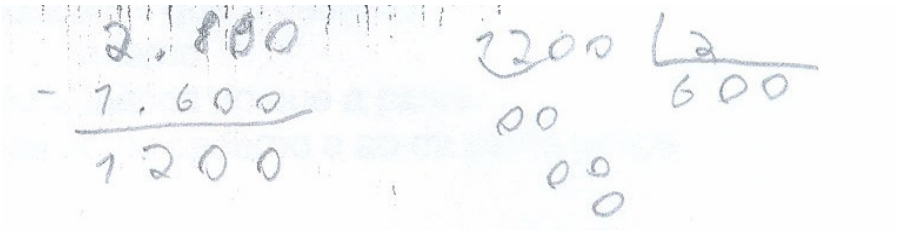


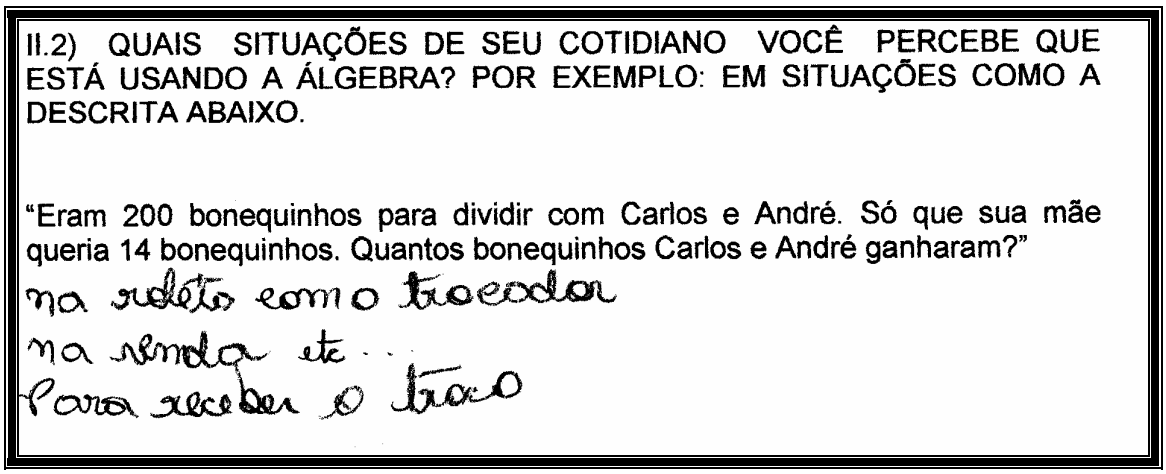
FIGURA 28: Resolução de exercícios

O aluno A2 respondeu da seguinte maneira: *sim, pois x = 6*

> B) Lucas está desempregado e precisa de R$ 2.800,00 para pagar o aluguel de seu apartamento e outras contas. Nilton emprestou a ele R$ 1.600,00 e Lucas fará um "*bico*" para receber em duas vezes o valor restante para pagar o aluguel. Quanto ele vai receber em cada uma das vezes nesse "*bico*"?

FIGURA 29 - Exercício




II.2) QUAIS SITUAÇÕES DE SEU COTIDIANO VOCÊ PERCEBE QUE ESTÁ USANDO A ÁLGEBRA? POR EXEMPLO: EM SITUAÇÕES COMO A DESCRITA ABAIXO.

"Eram 200 bonequinhos para dividir com Carlos e André. Só que sua mãe queria 14 bonequinhos. Quantos bonequinhos Carlos e André ganharam?"

na subtração com o borrador
na venda etc...
Para apagar o traço

FIGURA 30 – exercício

Esse questionário foi aplicado a três alunos de cada um dos professores pesquisados, no entanto não tivemos a oportunidade de listar todas as questões que implicavam situações do cotidiano escolar desses alunos e perpassaram as seguintes idéias: álgebra como generalização da aritmética, resolução de problemas e uso de padrões geométricos e elementos da álgebra (expressões algébricas e equações).

Enquanto desenvolvíamos o estudo piloto com os professores tentávamos contatos com vários autores de LD. Nosso objetivo foi o de tentar conversar com autores de manuais didáticos de matemática para respondermos às inquietações que tínhamos enquanto professores e encontrar subsídios para que docentes e alunos entendam melhor o discurso do autor de LD de matemática. Muitas foram as tentativas de manter diálogo com os autores. A princípio enviamos e-mails e correspondências para Bigode, Gelson Iezzi, Dante, Andrini & Vasconcellos e Imenes. Após inúmeros telefonemas e bate-papos com assessorias didáticas e com as editoras desses autores, concluímos que seria necessário delimitar o número de autores a serem pesquisados. Para delimitar esse quantitativo fomos à Superintendência de Educação, no órgão responsável pela escolha do livro didático, e pesquisamos sobre a demanda de escolha de LD de matemática no Estado do Espírito Santo. Todo o procedimento e processo foram explicados e mostrados. Então atentamos para o fato de que a maioria das escolas solicitou os livros *Tudo é Matemática* de Luiz Roberto Dante, *Matemática para Todos* de Imenes & Lellis e o *Novo Praticando a Matemática* de Andrini & Vasconcellos. Mas quando conversamos com professores e visitamos escolas verificamos *in loco* que muitas das instituições não receberam os LD solicitados. Ao procurarmos a Superintendência de Educação os responsáveis nos informaram que quando as escolas fazem a escolha de LD têm que colocar três opções e seus autores. Esse procedimento serve para garantir que a escola

receba uma das opções feitas caso falte a primeira escolha. E no ano do pedido de livros houve muita demanda por um único autor, sendo necessário enviar as outras opções. Depois disso, decidimos analisar as obras de dois dos autores que os professores de nossa pesquisa estavam utilizando em sala de aula. Escolhemos os LD *Matemática para Todos* de Imenes & Lellis e o *Novo Praticando a Matemática* de Andrini & Vasconcellos. O procedimento seguinte foi o de tentar contactar esses autores que, após alguns e-mails, nos responderam aceitando participarem da pesquisa. Durante o estudo piloto, o contato que conseguimos foi somente com o autor Imenes, por e-mail. Também enviamos um questionário com quatro perguntas para alguns autores de livros didáticos de matemática. As perguntas foram específicas para cada um. Alguns deles nos enviaram uma mensagem de que responderiam aos nossos questionamentos. Mas até a apresentação do estudo piloto ainda não a haviam enviado.

O estudo piloto nos indicou a possibilidade de continuarmos as entrevistas com professores, com questionamentos mais específicos no campo da álgebra, particularmente os que implicam o pensamento algébrico. Os autores que nos responderam foram Imenes & Lellis. As respostas remetidas a nós foram de grande relevância para nos impulsionar a continuar interagindo com esses autores. Abaixo transcrevemos uma pergunta com um recorte de uma das respostas.

Pergunta: Em sua coleção *Matemática Para Todos,* a abordagem da matemática é feita de forma inovadora. Notamos que a preocupação do autor é fazer o aluno perceber as aplicações da matemática em sua realidade sócio-cultural, ou seja, sua utilidade prática. A abordagem da álgebra na coleção não é diferente. No entanto, quando o autor justifica no *capitulo 11 – Linguagem matemática*, no manual pedagógico do livro da 5ª série, que o enfoque dado a esse capítulo contribui para o aprendizado da álgebra, gostaria de saber quais contribuições poderia pontuar?

Resposta do autor (Imenes & Lellis):

Vamos partir de uma caracterização simples e ingênua, porém próxima da visão do aluno: a álgebra ensinada na educação fundamental trata do "cálculo com letras". Ponha-se no lugar do estudante de 10 ou 11 anos: que sentido faz calcular com letras? Letras representam sons! Cálculo se faz com números! [...] É preciso, então, construir um significado para a álgebra, isto é, para o uso de letras na Matemática.

Com esse objetivo, adotamos este entendimento: a álgebra é uma linguagem para expressar generalizações, para comunicar (exprimir) conclusões gerais (historicamente, esse entendimento faz algum sentido).

Generalizações são feitas a partir da observação de padrões, regularidades. Assim, desde as séries iniciais, desenvolvemos a percepção de padrões numéricos e geométricos. Já no segundo ciclo, a partir da observação de alguns casos particulares, os alunos são estimulados a prever os casos seguintes. No cap. 14 da 5ª série, aprendem a expressar conclusões gerais por meio de fórmulas. Esse trabalho tem continuidade nas séries seguintes, com grande destaque ao uso e dedução de fórmulas. Em um grande número de oportunidades, valorizamos as fórmulas como síntese e expressão de um resultado geral. Veja, por exemplo, como elas aparecem para sintetizar os algoritmos de cálculo com frações, ou as propriedades das potências e dos radicais. Veja, também, como a presença da álgebra é destacada nas fórmulas da geometria (soma dos ângulos internos de um polígono, cálculo de áreas e de volumes, relações métricas no triângulo retângulo).

Então, o foco de nossa abordagem da álgebra é seu caráter de linguagem. Esse enfoque se harmoniza com uma preocupação mais ampla: desde as séries iniciais, procuramos desenvolver nos alunos competências de expressão matemática. Eles são convidados, o tempo todo, a se expressar oralmente (veja a seção Conversando sobre o texto) ou por escrito, acerca de um conceito ou de uma idéia, a dizer como pensaram para resolver tal problema, o que acham de certo argumento, etc.

Veja, também, o tratamento que demos às expressões numéricas, já na 4ª série, onde o foco é o exercício da expressão, da comunicação de idéias (os cálculos também comparecem, mas como coadjuvantes). Essa linguagem tem sua "gramática", que é o cálculo literal (as regras do que se pode ou não fazer). Também tratamos dele, mas como coadjuvante. Isso não significa desprezá-lo, mas sim tratá-lo de modo significativo e a serviço de algo ainda mais valioso.

Então, enfatizamos os aspectos semânticos dessa língua que é a álgebra, sem descuidar de sua gramática. Em outros termos, damos grande destaque ao sentido dessa linguagem, ao significado de suas "palavras e frases". (Em contraste, a abordagem clássica, que ainda vigora na esmagadora maioria de nossas escolas, públicas e particulares, focaliza apenas a gramática de uma língua que os alunos desconhecem. É evidente que tal modelo só pode produzir desastres!).

Há ainda um aspecto a destacar. Nesse tratamento, "os alunos entram no mundo da álgebra pela porta das funções e suas variáveis". Na abordagem convencional, pretende-se que essa entrada se dê "pela porta das equações e suas incógnitas". (Essa afirmação pressupõe este

entendimento: na álgebra da educação fundamental, as letras têm dois papéis, o de variável e o de incógnita. Tal distinção é simples e ingênua, mas próxima da percepção do aluno dessa faixa etária.)

Quanto às respostas de Imenes & Lellis, estas nos deram dicas sobre suas concepções em relação à abordagem da álgebra e valorização da linguagem matemática. Portanto, na ocasião do estudo piloto, acreditamos que os autores de livros poderiam colaborar para entendermos as especificidades da abordagem da álgebra por eles nos LD. Além disso, observamos que a partir do estudo minucioso das coleções de livros de matemática poderíamos elaborar perguntas mais diretas e específicas que norteariam a pesquisa, oportunizando o alcance de nossos objetivos.

Depois que aplicamos o primeiro questionário para os alunos do professor Roberto, soubemos que este desistiria de nossa pesquisa antes que o estudo piloto fosse finalizado, por motivo profissional. Conversamos, então, com o professor de matemática da mesma escola de Ana, que a princípio ficou muito receoso, mas permitiu que a pesquisa fosse feita com ele. Nomearemos este como o professor Carlos[16]. Ele tem formação em Engenharia Civil, com curso de complementação em Matemática, e leciona há aproximadamente treze anos. Inicialmente o professor Carlos nos fez algumas recomendações relevantes para o desenvolvimento da coleta de dados. Uma delas e a mais importante foi a de não assistirmos às aulas dele, isto é, ele apenas aplicaria as atividades propostas junto conosco, mas suas aulas costumeiras seriam dadas sem a nossa presença. Ficamos algum tempo dialogando com o professor Carlos e participando de seus planejamentos.

5 DISCURSOS DOS PROFESSORES

> O estudo dos fenômenos relacionados ao ensino e à aprendizagem de Matemática pressupõe a análise de variáveis envolvidas nesse processo - aluno, professor e saber matemático -, assim como das relações entre elas. (PCN, 1998, p. 35)

Esta citação vem em consonância com a relevância em focalizarmos o ensino e aprendizagem da álgebra, procurando identificar e examinar nesse contexto as concepções e atitudes de professores e alunos frente à álgebra. Ainda nesse contexto, procuramos examinar e pesquisar

[16] Nome fictício para preservar a identidade do professor.

as influências que o LD exerce no saber matemático de professores e alunos, no que diz respeito à álgebra e ao pensamento algébrico.

Para a análise de discurso dos sujeitos pesquisados utilizamos em vários momentos o embasamento teórico de Orlandi (2005). Usamos também muitos procedimentos metodológicos que foram desenvolvidos em conversas presenciais e por telefone, e em mensagens via e-mail com a Profa. Dra. Vânia Maria Santos-Wagner. Ver mais detalhes destes procedimentos metodológicos nas descrições já colocadas na parte da metodologia e nos anexos. Orlandi (2005, p. 59) enfoca alguns aspectos da teoria do discurso que consideramos relevante abordarmos neste estudo. Todas as relações sócio-históricas dos sujeitos pesquisados no período da pesquisa de campo foram fatores importantes no processo de análise.

Pudemos perceber que cada um dos professores, alunos e autores de livro didático expuseram os contextos sócio-histórico-econômicos que estavam mais presentes em suas ações pedagógicas e em seus discursos. Com isso, pudemos levar em conta em nossa análise as especificidades de cada um e relacioná-las ao contexto maior da Educação que temos e fazemos no Brasil atualmente. Procuramos, ao longo da pesquisa, utilizar mecanismos / instrumentos que atendessem a tais especificidades, de forma a

> colocar o dito em relação ao não dito, o que o sujeito diz em um lugar com o que é dito em outro lugar, o que é dito de um modo com o que é dito de outro, procurando ouvir, naquilo que o sujeito diz, aquilo que ele não diz mas que constitui igualmente os sentidos de suas palavras.
> Orlandi (2005, p. 59).

> Desse modo, um currículo de Matemática deve procurar contribuir, de um lado, para a valorização da pluralidade sociocultural, evitando o processo de submissão no confronto com outras culturas; de outro, criar condições para que o aluno transcenda um modo de vida restrito a um determinado espaço social e se torne ativo na transformação de seu ambiente.
> PCN (1998, p. 28).

Não pretendemos, em nossas análises, seja de discurso, seja de conteúdo, emitir julgamentos e sim fazermos uma reflexão em torno dos dados coletados, procurando sempre compreender e examinar os mesmos. E assim tentar desvelar se há alguns fatores que motivam as dificuldades que os alunos encontram, atualmente, no ensino e na aprendizagem da álgebra. Além disso, procurar perceber como o professor em sua prática docente favorece ou não o desenvolvimento do pensamento algébrico do aluno e como o professor compreende e usa o livro didático para tal propósito. E também para procurar compreender no discurso do autor do

livro didático as estratégias que ele utiliza e onde as utiliza para desenvolver o pensamento algébrico do aluno.

Segundo Orlandi (2005, p. 20) a definição de discurso é ampla e vai além da transmissão de informações ou saberes. O discurso do professor ou do autor do livro didático, não se constituirá somente *de emissor, receptor, código, referente e mensagem* como aborda Orlandi (2005). Sendo assim, pretendemos interpretar, no discurso dos pesquisados, alguns do(s) significado(s) da codificação que o discurso transmite quando é receptada pelo pesquisador. Dessa forma, tivemos o cuidado de considerar o tempo, o momento, a relação dos sujeitos e suas histórias e a codificação da linguagem. Entendemos como codificação a ação de compilar e receber a informação conforme foi enviada, sem uma interpretação fechada e com julgamentos a priori. Por mais que posteriormente encontremos outra interpretação do discurso feito, buscamos junto aos sujeitos o que se aproximasse melhor de nossa interpretação com a linguagem e codificação real do discurso original de cada sujeito. Tratemos a seguir dos discursos captados pela fala dos professores durante a pesquisa de campo.

5.1 ANÁLISE DOS DISCURSOS DOS PROFESSORES

A análise das observações feitas nos discursos dos professores e alunos consistiu em uma tarefa difícil, árdua e emocionante. Difícil, pois em cada discurso que ouvíamos nos momentos de conversas e em sala de aula, percebemos que este discurso podia nos indicar várias vertentes a seguir dentro do tema proposto. Mas tivemos que nos conter e nos nortear segundo nossas perguntas e objetivos da pesquisa. Difícil, pois em cada discurso que ouvíamos eram-nos indicadas várias vertentes, das quais trataremos a seguir, de acordo com o tema proposto. Vale ressaltar que fizemos o possível para não nos desviarmos das perguntas feitas aos entrevistados e dos objetivos da pesquisa. Árduo, porque fizemos um estudo minucioso dos discursos gravados e anotados e extraímos os dados dos que têm maior relevância em nossa pesquisa. Emocionante, porque a cada leitura que fazíamos dos dados transcritos e do diário de bordo da pesquisadora (ou do caderno de dados anotados na pesquisa de campo), verificamos que do nosso (in) consciente reportava-nos aos diálogos, embates e debates sobre a aprendizagem da álgebra que tivemos com os professores participantes da pesquisa.

Durante as análises dos discursos e das atividades tentávamos buscar na memória o período da pesquisa de campo e as emoções que ela nos proporcionou. Mas para não dispersamos de

nossos objetivos seguimos as vertentes que levariam às respostas de nossas perguntas. A vertente ou caminho utilizado será descrito ou evidenciado ao longo deste capítulo, de tal forma que seja transparecida a compreensão do discurso dos sujeitos de pesquisa dentro de seus contextos sociais, históricos, ideológicos dentre outros. Nossa proposta é tentar pormenorizar os discursos e, seguindo o pensamento de Orlandi (2005, p. 59), buscar "o real do sentido em sua materialidade lingüística, social e histórica". E quando nos referimos à materialidade histórica dizermos que estaremos fazendo a análise do sujeito de pesquisa dentro dos contextos daquele momento. Além disso, buscaremos possíveis contribuições e/ou questionamentos para a comunidade de educação matemática sobre o ensino e aprendizagem de matemática e o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Quando iniciamos o estudo piloto, elaboramos um questionário com questões cujo objetivo está melhor explicitado no capítulo referente à Metodologia. Cada uma das perguntas deste estudo piloto objetivava averiguar alguns caminhos a percorrer na pesquisa, e além disso procurava nos dar pistas sobre o perfil dos professores e algumas de suas concepções algébricas.

Todos os professores da pesquisa, três no total – Ana, Carlos e Gabriela **-**, possuem experiências nas diversas modalidades de ensino, como Ensino de Jovens e Adultos, Fundamental (5ª à 8ª série) e Ensino Médio. Além do mais, trabalham em outras redes ou sistemas de ensino do Estado do Espírito Santo, tais como em escolas de diferentes sistemas de ensino neste estado, o que contribui para uma visão mais ampla do ensino e aprendizagem da matemática nestes diferentes níveis. Por essa razão percebemos muita segurança nos discursos dos professores durante a pesquisa e em suas reflexões sobre a prática nos momentos em que tivemos planejamento de aulas. É relevante relatarmos que a princípio alguns dos professores ficaram a receosos por serem observados, mas souberam reconhecer ou repensar as atitudes e ações em suas práticas docentes. Vale informar também que em vários momentos transcreveremos e descreveremos o mais próximo possível do que foi falado para que nosso diálogo com os sujeitos de pesquisa seja interpretado em sentido mais real, pois,

> O diálogo tem significação precisamente porque os sujeitos dialógicos não apenas conservam sua identidade, mas a defendem e assim crescem um com o outro. O diálogo por si mesmo, não nivela, não reduz um ao outro. Nem é favor que um faz ao outro. [...] Implica, ao contrário um respeito fundamental dos sujeitos nele engajados, que o autoritarismo rompe ou não permite que se constitua. [...] Enquanto relação democrática, o diálogo é a possibilidade de que disponho de, abrindo-me ao pensar dos outros não fenecer no isolamento. (Freire, 1992, p. 120)

A seguir apresentamos alguns relatos, descrições e análises feitas a partir do processo de observação das aulas. E também em relação aos discursos dos professores seja em sala de aula, seja nos encontros de planejamento, ou em conversas informais e relacionadas às da fala de alguns alunos sobre o ensino e aprendizagem da álgebra.

5.1.1 Professora Gabriela

Gabriela é uma professora que transmite aos alunos segurança, respeito e autoridade em sala de aula. Os alunos da escola onde Gabriela leciona são de várias regiões da grande Cariacica, inclusive muitos auto-afirmam que fazem parte da "elite" do município. Isto porque este município carrega o legado de que os bairros têm alto índice de periculosidade. A relevância em descrevermos essa comunidade escolar dá-se por causa da falta de sentimento de pertencimento notadas nesses alunos a essa comunidade escolar. Ou seja, tivemos um entendimento que os alunos consideram a escola como uma prestadora de serviços educacionais. A sensação que tínhamos é que estávamos num ambiente de escola privada na questão relacionamento aluno x espaço educacional x professor. Mas mesmo com tais posturas, a professora Gabriela se sobressai enquanto docente, principalmente por causa da disciplina que leciona e porque mora em Cariacica e, portanto, conhece a realidade desses alunos. Notamos que, muitas vezes, quando a professora dava exemplos em sala de aula de exercícios que caem na prova do CEFET-ES ou no vestibular, os alunos ficavam atentos ao que ela explicava. Cabe salientar que os alunos dessa escola, na maior parte do tempo de pesquisa, se demonstraram bem indisciplinados e para que a indisciplina não atrapalhasse o aprendizado, a professora aplicou várias metodologias de trabalho. De algumas pudemos ter conhecimento, tais como jogos, trabalho de campo, projetos interdisciplinares, pesquisas, seminários etc. Isto fez com que a professora conseguisse ter participação dos alunos em sala de aula, mantendo um processo dialógico de ensino. Nas aulas da professora Gabriela, os conteúdos, bem como as atividades aplicadas aos alunos ao longo do ano parecem caracterizar um currículo escolar prescrito pelo LD.

Procuramos na secretaria de educação do município de Cariacica as diretrizes curriculares da educação que rege as ações curriculares do município e soubemos que ainda não há nada documentado[17]. Segundo as documentações mostradas pela responsável pelo setor de Formação Continuada da Secretaria Municipal de Cariacica, o processo de fomentação de

[17] Posteriormente, em 2007, fizemos parte da comissão que elaborou a versão preliminar das diretrizes curriculares do município de Cariacica.

debates vem acontecendo desde 2002 e os estudos de teóricos / teorias que versam sobre currículo e escola cidadã iniciaram-se em 2006, com as formações continuadas e em serviço, palestras e seminários. Todo esse processo gerou, em 2007, o inicio do processo de elaboração do documento "Diretrizes Curriculares" com escrita da versão preliminar[18]. Com isso, os professores das escolas desse município ensinam tomando como base os conteúdos que acham relevantes para cada série, ou seguem os PCNs, ou as diretrizes de outros municípios ou o LD, como é o caso da professora Gabriela. A professora Gabriela segue o LD de Imenes e Lellis, porém aborda os assuntos ou exercícios de outros LDs que acha relevantes para a essa comunidade escolar.

Em nossa reflexão enquanto pesquisadoras ou iniciantes em pesquisa, observamos que:

> Cada individuo tem a sua prática. Todo professor, ao iniciar sua carreira, vai fazer na sala de aula, basicamente, o que ele viu alguém, que o impressionou, fazendo. E vai deixar de fazer algo que viu e não aprovou. Essa memória de experiências é impregnada de emocional, mas aí entra também o intuito – aqueles indivíduos que são considerados "o professor nato". Mas sem dúvida o racional, isto é, aquilo que se aprendeu no curso, incorpora-se à prática docente. E à medida que a vamos exercendo, a crítica sobre ela, mesclada com observações e reflexões teóricas, vai nos dando elementos para aprimorá-la. D´Ambrósio (1996, p. 91).

D' Ambrósio, nesta afirmativa, consegue externar o que sentimos ao observar as aulas e dialogar com a professora Gabriela. Não somente com Gabriela, mas também com Ana, Carlos e Roberto. As ações pedagógicas da professora em determinados momentos refletiam alguns professores que foram nossos mestres na época da graduação. Percebemos como estamos impregnados socialmente, cognitivamente, historicamente de fatores que se enraizaram em nossa postura enquanto docentes e que na realidade são propagações daquilo que estudamos e aceitamos. Essa forma de pensar nos remete a Piaget quando este afirma que muitas vezes propagamos / transmitimos aquilo que aprendemos e aceitamos como verdade. Mas isso não implica que tudo que fazemos consiste naquilo que aceitamos apenas como verdade, mas aceitamos a partir de um processo de interação com os professores e seus métodos de ensino na aprendizagem das disciplinas escolares. Esta nossa forma de interpretação nos remete ainda ao estado de conhecimento descrito por Platão, dentre outros filósofos. Em síntese, consideramos que a postura da professora Gabriela reflete a concepção de educadora matemática que a sociedade faz, e que inspira respeito, pois é professora de matemática.

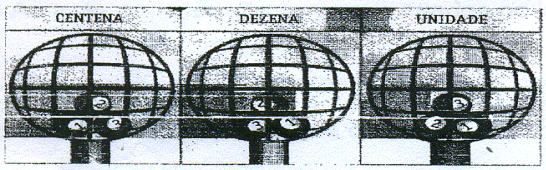
---

[18] Não nos foi autorizado divulgar o conteúdo desse documento por se tratar de uma versão preliminar que ainda está sendo discutida e reformulada, com a participação das críticas das escolas, pelos técnicos que compõem a comissão.

Nas entrevistas com a professora, ainda no projeto piloto, ela afirma: *No ensino fundamental a álgebra foi dada de maneira tradicional, obedecendo ao livro didático, que utilizava exercícios modelos e nós [alunos] repetíamos.*

No entanto, em algumas atividades propostas pela professora aos alunos, observamos que as situações foram retiradas do LD. A atividade a seguir confirma nossa afirmativa:

1. Em cada urna esférica há três bolinhas, marcadas com os números 1, 2 e 3. Vamos sortear uma bolinha de cada urna formando, assim, um número de três algarismos. Todas as bolinhas têm a mesma chance de ser sorteadas.



a) Desenhe a árvore que mostra todas as possibilidades de números com o algarismo 1 nas centenas.
b) Quantos são os números que têm 1 na centena?
c) No total, quantos números podem ser formados nesse sorteio?
d) Qual é a chance de o número sorteado ser 111?
e) Qual é a chance de o número sorteado ser 132?
f) Todos esses números têm a mesma chance de ser sorteados?

2. Considere o lançamento de um dado honesto.

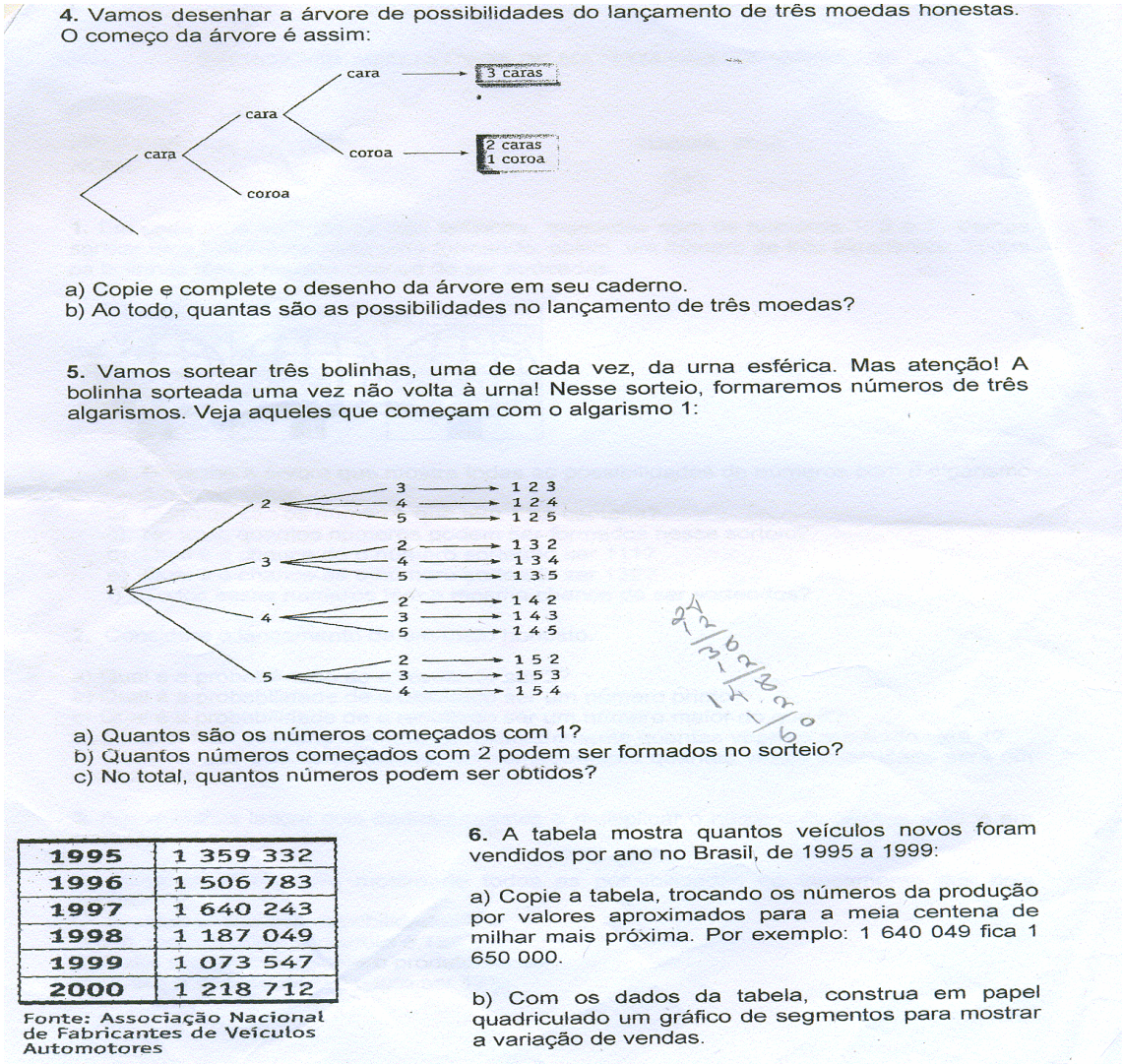
a) Qual é a probabilidade de o resultado ser 2?
b) Qual é a probabilidade de o resultado ser um número primo?
c) Qual é a probabilidade de o resultado ser um número maior do que 6?
d) Se você fizer 300 lançamentos, aproximadamente quantas vezes o resultado será 4?
e) Se você fizer 300 lançamentos, aproximadamente quantas vezes o resultado será um número primo?

3. Agora vamos lançar dois dados honestos e multiplicar o número de pontos obtidos em cada um.

a) Construa uma tabela mostrando todas as possibilidades no lançamento dos dois dados.
b) Quantas são essas possibilidades?
c) Em quantas delas o produto é 12?
d) Quais são as chances de o produto ser 6?
e) Qual é a chance de o produto ser 17?

FIGURA 31- Parte 1 Atividade aplicada para turmas de 7ª série. Fonte: Professora Gabriela.

Observamos que as questões em nada diferem do LD *Matemática para* Todos de Imenes e Lellis, do volume da sétima série. Segundo



4. Vamos desenhar a árvore de possibilidades do lançamento de três moedas honestas. O começo da árvore é assim:

a) Copie e complete o desenho da árvore em seu caderno.
b) Ao todo, quantas são as possibilidades no lançamento de três moedas?

5. Vamos sortear três bolinhas, uma de cada vez, da urna esférica. Mas atenção! A bolinha sorteada uma vez não volta à urna! Nesse sorteio, formaremos números de três algarismos. Veja aqueles que começam com o algarismo 1:

a) Quantos são os números começados com 1?
b) Quantos números começados com 2 podem ser formados no sorteio?
c) No total, quantos números podem ser obtidos?

1995	1 359 332
1996	1 506 783
1997	1 640 243
1998	1 187 049
1999	1 073 547
2000	1 218 712

Fonte: Associação Nacional de Fabricantes de Veículos Automotores

6. A tabela mostra quantos veículos novos foram vendidos por ano no Brasil, de 1995 a 1999:

a) Copie a tabela, trocando os números da produção por valores aproximados para a meia centena de milhar mais próxima. Por exemplo: 1 640 049 fica 1 650 000.

b) Com os dados da tabela, construa em papel quadriculado um gráfico de segmentos para mostrar a variação de vendas.

FIGURA 32 - Parte 1 Atividade aplicada para turmas de 7ª série. Fonte: Professora Gabriela

Observamos que as questões em nada diferem do LD *Matemática para* Todos de Imenes e Lellis, do volume da sétima série. Esta postura leva-nos a fazer vários questionamentos e reflexões em torno de: o que é necessário ensinar? e como já havíamos dito: que currículo seguir? Lorenzato e Vila (1993) no artigo intitulado Século XXI: qual Matemática é recomendável? Afirmam que, enquanto professores de matemática, sentimos inquietações sobre a que conteúdo utilizar, portanto que matemática é necessária para o aluno do ensino fundamental? Diante disso nós, professores, vemos a segurança em seguir o LD, já que este passa por avaliações antes de serem divulgados ou distribuídos. Esta visão perpassou a

justificativa da professora Gabriela e tal justificativa se torna plausível, diante de um sistema de ensino que ao menos tem elaborado suas diretrizes curriculares.

Em relação a atividade dada pela professora expressa o conteúdo básico de Estatística e Probabilidade e segundo Lorenzato e Vila (1993), em 1998 a associação americana denominada “The National Council of Supervisors of Mathematics “ (NCSM) se posicionou em relação a que habilidades básicas serão necessárias para os alunos deverão possuir. Além disso, tais habilidades prepararão os alunos para a formação profissional além da formação cidadã. Dentre essas habilidades a associação descreve que

> os estudantes deverão ser capazes de planejar e utilizar coleções de dados para responder a questões de suas vidas quotidianas e deverão ser capazes de lidar com medidas de tendência central além de reconhecer os usos básicos da representação estatística e da inferência. Em probabilidade (...), os alunos deverão entender as noções elementares para determinar a eqüiprobabilidade de eventos futuros e compreender como a Matemática é utilizada para ajudar a fazer predições em diversas situações, como eleições, negócios, eventos esportivos, loteria e crescimento populacional (p. 49).

E os PCNs (1998) dizem em relação a isso que

> Com relação à Estatística, a finalidade é fazer com que o aluno venha a construir procedimentos para coletar, organizar, comunicar dados, utilizando tabelas, gráficos e representações que aparecem freqüentemente em seu dia-a-dia. Além disso, calcular algumas medidas estatísticas como média, mediana e moda com o objetivo de fornecer novos elementos para interpretar dados estatísticos.
>
> Com relação à probabilidade, a principal finalidade é a de que o aluno compreenda que muitos dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e que se podem identificar possíveis resultados desses acontecimentos e até estimar o grau da possibilidade acerca do resultado de um deles. As noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em situações em que o aluno realiza experimentos e observa eventos (em espaços equiprováveis).
> Relativamente aos problemas de contagem, o objetivo é levar o aluno a lidar com situações que envolvam diferentes tipos de agrupamentos que possibilitem o desenvolvimento do raciocínio combinatório e a compreensão do princípio multiplicativo para sua aplicação no cálculo de probabilidades (p. 52).

Quanto a atividade proposta pela professora, ela abrange o que dizem os PCNs e a associação americana NCSM. Percebemos ainda, nas aulas, que o pensamento estatístico foi bem trabalhado em sala de aula pela professora. No entanto, percebemos em nossos diálogos que a professora não tinha noção de que por meio dessa atividade ela poderia trabalhar o pensamento algébrico do aluno.

Em relação ao pensamento algébrico para a sétima série (4º ciclo) os PCNs dizem que,

> Neste ciclo, o ensino da Matemática deve visar o desenvolvimento:
> Do pensamento algébrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a:

> * produzir e interpretar diferentes escritas algébricas - expressões, igualdades e desigualdades -, identificando as equações, inequações e sistemas;
> * resolver situações-problema por meio de equações e inequações do primeiro grau, compreendendo os procedimentos envolvidos;
> * observar regularidades e estabelecer leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre variáveis (p. 81).

Esse último tópico dos PCNs nos fornece subsídios para que o conteúdo trabalhado na atividade dada pela professora trate o pensamento algébrico. Mas na realidade de campo notamos a dissociação desses objetos da matemática.

Nós, professores, muitas vezes, no ensino da matemática, limitamos o próprio currículo mesmo sendo o prescrito pelo LD. Quando a professora nos diz que mesmo adotando um LD utiliza outros para consulta, percebemos uma prática comum: a de dissociar Geometria da Álgebra da Aritmética e da Probabilidade e Estatística. Por esse motivo, torna-se complicado trabalhar com o pensamento algébrico numa perspectiva consciente, ou seja, elaborando atividades que favoreçam essa visão, se as aulas são planejadas em blocos de conteúdos. Para associa os conteúdos é necessário ter um novo olhar para o método de ensino; e o conteúdo de ensino, por meio desse novo olhar, as práticas podem ser transformadas / renovadas.

Em relação à renovação da prática educativa, esta pode ser alcançada, segundo Neidson Rodrigues (1997) pelo planejamento das atividades curriculares. E completa sua idéia dizendo que

> planejar as atividades não significa somente organizar, (...), os conteúdos de ensino que serão desenvolvidos na sala de aula; não se restringe à distribuição do calendário pelos conteúdos que serão transmitidos, nem apenas à sistematização de um roteiro de assuntos e temas a serem trabalhados (..), (p. 84-85).

E é justamente o que percebemos em nossas ações educativas, uma seqüência de conteúdos que devem ser trabalhados fielmente até o fim do ano letivo. Mas, felizmente, a professora Gabriela se destaca pela criatividade. E sua formação acadêmica cria possibilidades de trabalhar alguns conteúdos matemáticos intercalados. Por exemplo, a professora trabalhou a geometria plana e espacial com os alunos e, dentro dessa teoria, ensinou-os a manusear para de esquadro, régua, compasso e trena. A partir dessa teoria ensinou-lhes ainda a desenharem a planta baixa de uma casa. Em seguida, solicitou que cada um dos alunos escolhessem um espaço da escola para medirem e desenharem utilizando os instrumentos e ensinamentos técnicos que trabalhou em sala de aula. Observamos que a professora solicitou um relatório aos grupos para acompanhar o processo de desenho. Após os alunos terem escolhido o espaço e desenhado, a professora solicitou que calculassem a área do local escolhido. Percebemos que os alunos ficavam admirados ao calcularem as áreas e a exclamarem frases

tais como, “nossa como aqui é grande, então meu quarto deve ter essa área!” , ou “que absurdo como a cozinha é pequena em relação ao pátio!”, ou ainda “precisamos solicitar mais banheiros nessa escola, olha como eles ficaram pequenos!”.

Na atividade descrita anteriormente, entendemos que a professora conseguiu trabalhar várias habilidades dos alunos, inclusive a utilização da habilidade espacial, despertando o senso crítico do aluno. Além disso, notamos que, por meio da medição, do cálculo da área os alunos conseguiam abstrair e chegar a conclusões esperadas. Depois dessas seqüências de aulas, a professora deu uma avaliação que foi da seguinte forma:

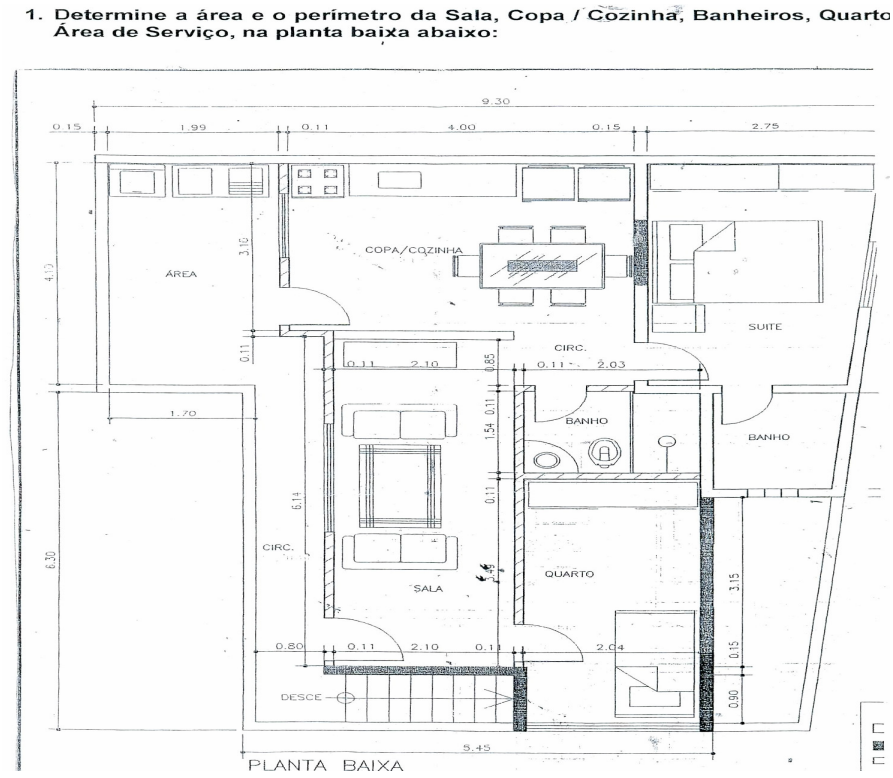
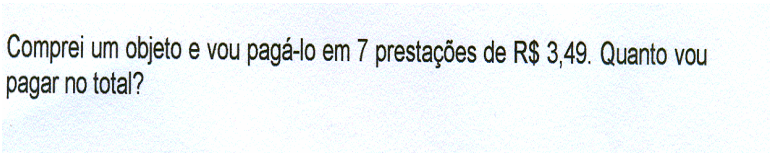


FIGURA 33– Atividade aplicada a alunos de 7ª série. Fonte: Professora Gabriela.

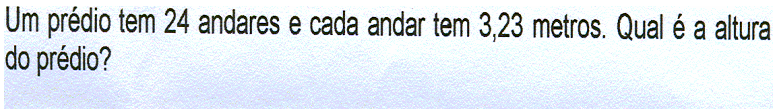
Temos que ressaltar a importância que a professora deu ao planejamento, pois não dava para mediar essa atividade para turmas com até 35 alunos em sala de aula, sem ter um planejamento bem elaborado. Somente a formação técnica não dá subsídios para manejar com improviso uma turma com 35 alunos. Na perspectiva dialógica de planejamento, ressalvamos que durante os planejamentos aconteceram discussões e com os alunos estabeleceu-se o que nós entendemos academicamente como Contrato Didático. Este contrato foi planejado e seguido até o final das aulas sobre a atividade descrita acima. Em relação ao planejamento, Paulo Roberto Padillha (2005) explana sobre as teorias de planejamento

dialógica na visão de escola cidadã, mas que queremos chamar a atenção é quando ele fala que “uma característica importante é que todos os “sujeitos coletivos (...) que estarão participando do processo, (...) participam da decisão de se planejar, desde a sua concepção (p. 69)”. Além do planejamento o saber do professor foi necessário nessa ocasião, (Carvalho & Perez, 2001). Entendemos que o saber, no caso de nosso estudo, algébrico, é um diferencial no professor quando esse planeja. E suas ações tendem a romper a idéia de ensino centrado, tradicional e valorizado pela memorização. O que muitos acham que é a criatividade do professor, por detrás está o seu saber que possibilita tal criatividade e com isso, a assimilação dos conteúdos, por parte dos alunos será mais ampliada, os conceitos algébricos serão mais compreensíveis. Quando dissemos sobre os conceitos algébricos, nos reportamos a Demana & Leitzel (1995) que trazem em seu artigo que compõe o livro *Idéias da Álgebra”* dicas de como estabelecer conceitos algébricos por meio da resolução de problemas. Os autores explicam que, por meio do uso desde a calculadora até a resolução de problemas, introduzem as noções básicas de álgebra. Na atividade a seguir a professora diz que tenta trabalhar os conceitos básicos de álgebra, que, segundo nossa opinião baseada na idéia de Demana & Leitzel (1995), podem introduzir o conceito algébrico de generalização.

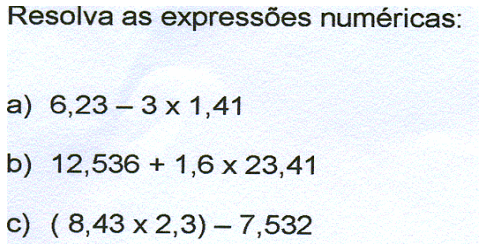
a)



b)



c)



FIGURAS: 34, 35, 36: Recortes de exercícios

Neste exercício de expressões numéricas com números decimais a professora enfatizou as propriedades aritméticas. No depoimento da professora ela diz que

> Por eu ter uma história de tradicionalismo desde o ensino fundamental, tenho algumas dificuldades em trabalhar com o conceito de álgebra. O livro didático utilizado na escola não ajuda muito, por isso recorro a outros livros, e também a algumas maneiras diferentes para que os alunos compreendam o conceito. (Depoimento de Gabriela).

Na prática da professora, ficou evidente a fala de que ela procura diferentes livros para possibilitar o aprendizado e que tem dificuldade em trabalhar com o conceito de álgebra. A maioria das atividades feitas por Gabriela reflete a abordagem trazida pelo LD, inclusive as abordagens algébricas, e com isso reforça a idéia de insegurança diante da carência de orientação, informação e formação adequada. Além disso, enquanto professores, sabemos que a maioria de nós tivemos a formação acadêmica tal como Gabriela. Portanto, a busca por metodologias que ajudem a dizimar esse modo de conceber o ensino de matemática se faz necessária, (Rabelo & Lorenzato, 1994).

Abaixo há uma atividade aplicada pela professora em que ela, em seu planejamento, justifica que está desenvolvendo o pensamento algébrico do aluno.

> Pra mim a álgebra é um assunto importante, pois é através dele que o aluno consegue relacionar elementos do seu cotidiano com a matemática, utilizando assim o raciocínio lógico e generalizações. Depoimento de Gabriela

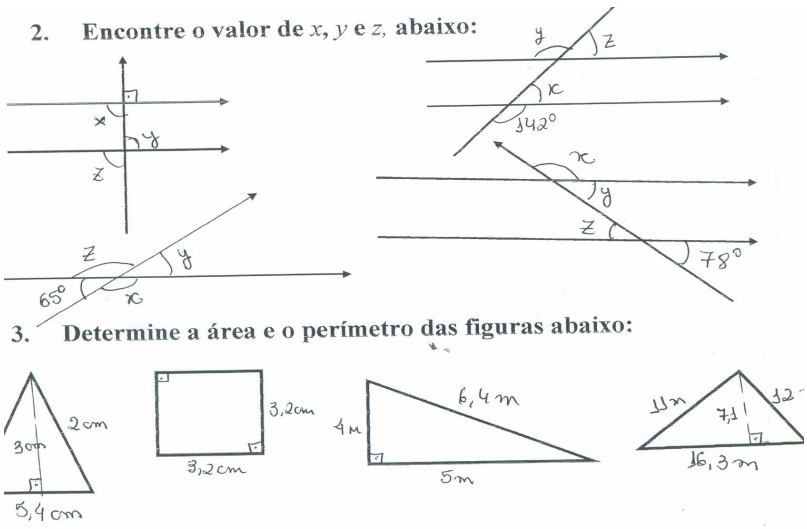


FIGURA 37– atividade aplicada para turmas de 7ª série. Fonte: Professora Gabriela

Na realidade pouco se observa nestas questões que estas estão voltadas para o cotidiano do aluno. Caso interpretarmos, assim como Lins e Gimenez (1997), que a matemática da escola se encontra somente dentro da escola e que devemos combater isso, a visão da professora está correta. O que notamos nessa pesquisa é que, quando um conteúdo é considerado fácil e/ou simples, os docentes dizem que fazem parte do cotidiano. Entendemos essa segunda vertente em nosso estudo. Ou seja, é por isso que muitos professores entendem que a álgebra é iniciada juntamente com o capítulo de expressões algébricas. Pois acham que o

aprofundamento ou a abordagem gradativa que principalmente os livros didáticos trazem é uma forma de mostrar a álgebra do cotidiano na álgebra estrutural.

Alguns aspectos que achamos relevantes nas falas dos professores:

- a importância de se trabalhar com os alunos a resolução de problema;
- na maioria das vezes, somos acostumados à mecanização e a receitas prontas, fato que ocorre na maioria das graduações de ciências exatas. Com isso, achamos que aprendemos certo e propagamos tal metodologia, como se fosse a melhor. Percebemos que a maturação do profissional em sua prática, se este não for um "acomodado" na profissão, o fará buscar caminhos e metodologias diversificadas não se contentando apenas com o que aprendeu na graduação;
- nós, educadores, temos que perceber em uma atividade algébrica que cada aluno contextualiza um problema segundo sua visão cotidiana e, a partir daí, forma um modelo / algoritmo próprio para resolução do seu problema. Esses tipos de atividades em sala de aula geram bastante participação e discussão, gerando uma assimilação melhor do conteúdo.

Com isso, consideramos, tal como diz Oliveira (1997) que, desenvolveu uma pesquisa de mestrado onde coletou depoimentos, entrevistando alguns professores, dentre eles a professora Maria Ângela Miorim e o professor Ruy Madsen Barbosa que

> pelas narrativas que acompanhamos, percebemos que aqueles professores que estiveram em busca de respostas para suas dúvidas, aqueles que procuraram sempre rever/transformar suas práticas e forjaram/conquistaram uma formação continuada significativa, perceberam/tiveram em suas reflexões, mudanças e transformações tanto dos movimentos educacionais quanto de suas práticas. Os outros que não tiveram essa mesma postura e oportunidade, isto é, que não conseguiram ampliar seus horizontes, não perceberam claramente variações e mudanças significativas tanto do ensino de um modo geral quanto de seu próprio desenvolvimento profissional, (p.112).

Comprovamos em nossa pesquisa que há um grande obstáculo entre aprender e ensinar matemática, contribuindo para a sedimentação das concepções dos professores, conforme Pinto (1999) já havia comprovado em seu estudo. No entanto, notamos também a postura crítica do professor, que sabedor de suas limitações, busca em suas ações pedagógicas investigar metodologias mais eficazes para o ensino da matemática. Em relação à álgebra, as limitações por causa da formação do professor são diversas e estas fazem com que o docente mesmo com postura crítica, utilize o LD como um dos únicos recursos mais confiáveis para o ensino e aprendizagem.

5.1.2 Professora Ana

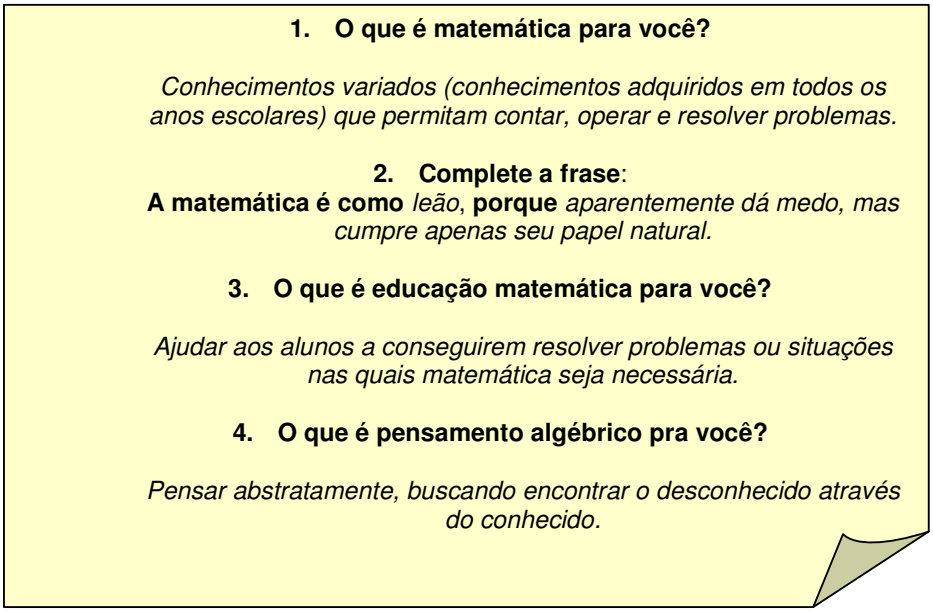
Esta professora tem muita segurança em seu discurso e nos faz interpretar que durante o ensino médio e superior não recebeu subsídios necessários para ter uma boa formação em matemática. De acordo com ela, a resolução de problemas é um forte instrumento para trabalhar o pensamento algébrico do aluno e outras habilidades importantes para a aprendizagem de matemática. Ela afirma que o aluno precisa encontrar significado na matemática, principalmente para o seu cotidiano. A professora possui uma preocupação maternal, além da profissional, com os alunos da escola, porque conhece bem a realidade socioeconômica deles.

O contexto socioeconômico de onde está inserida a escola em que trabalham Ana e Carlos, outro professor que contribuiu com a pesquisa, não pode passar despercebido em nossa análise, já que o cotidiano escolar foi interrompido várias vezes durante o ano de 2006 devido a circunstâncias da comunidade.

Embora seja uma escola de infra-estrutura invejável em relação às demais da Prefeitura Municipal de Vitória (PMV), visto que recebera verba para a sua construção do Papa João Paulo II, em sua primeira visita ao Estado do Espírito Santo, a instituição escolar esbarrou no fator socioeconômico de seus alunos, situados em uma região de grande pobreza. Algumas vezes presenciamos alunos que não conseguiam fazer as tarefas de aula porque estavam há um dia sem se alimentar. A única refeição que alguns alunos recebiam era a oferecida pela escola. Mas a forma com que os professores conduziam as aulas foi a característica principal para que a questão socioeconômica não se sobrepusesse ao objetivo maior, que era o de gerar o aprendizado escolar e garantir para os jovens alunos da escola direito à cidadania.

Compreendendo onde estávamos e situando-nos no espaço escolar no qual faríamos a pesquisa, estudamos com que tipo de instrumentos a iniciaríamos. A escolha do instrumento inicial foi baseada nas palestras ministradas na UFES nos dias 23 e 24 de maio de 2005 pela professora doutora Olive Chapman (Chapman, 2006, 2005). Esta docente considera que por meio de perguntas analógicas e histórias contadas sobre uma aula o pesquisador consegue aproximar-se do que os sujeitos pensam e das suas concepções. A partir daí decidimos então aplicar o questionário que segue abaixo para ser respondido pela professora Ana:

FIGURA 38 – Questionário com respectivas respostas da Ana.



1. O que é matemática para você?

Conhecimentos variados (conhecimentos adquiridos em todos os anos escolares) que permitam contar, operar e resolver problemas.

2. Complete a frase:
A matemática é como *leão*, **porque** *aparentemente dá medo, mas cumpre apenas seu papel natural.*

3. O que é educação matemática para você?

Ajudar aos alunos a conseguirem resolver problemas ou situações nas quais matemática seja necessária.

4. O que é pensamento algébrico pra você?

Pensar abstratamente, buscando encontrar o desconhecido através do conhecido.

A partir das conversas que tivemos com a professora, ao longo dos aproximadamente sete meses de pesquisa, notamos que a resposta destas perguntas do questionário nos dá algumas dicas e pistas da concepção que a professora tem em relação à matemática escolar. Entendemos que a professora Ana inicia com uma idéia de progressão no ensino da matemática. Ou seja, de acordo com o aluno e suas interações com o meio e com os conhecimentos adquiridos ao longo de seu percurso escolar, pode-se dizer que os alunos adquirem um conhecimento matemático. Além disso, mostra as atitudes da professora frente à matemática. A resposta da pergunta 3 indica que a professora interpreta o ensino da matemática como recurso para a resolução de problemas e em nosso entendimento, dentro do cotidiano do aluno quando se fizer necessário. Em relação ao pensamento algébrico ela descreve uma situação que a principio nos dá o entendimento de que é possível conhecer os objetos desconhecidos na álgebra. É compreensível esta resposta tendo em vista o entendimento da álgebra como uma aritmética generalizada.

Para Ana, a introdução da álgebra deve ser a partir da quinta série, como relatamos no estudo piloto, para que o aluno fique mais familiarizado com o assunto. Ela ressalta ainda, que a álgebra é um assunto muito temido pelos alunos. Na resposta Ana perpassa sua interpretação cognitiva sobre a matemática, assim como a comodidade que há em dizer que ela cumpre o papel natural, isto é, está incutido que o papel da matemática é ser rigorosa, por si só. Possivelmente Ana deixa transparecer os pormenores do tempo em que foi aluna e de como foi o ensino de matemática para ela.

Em um dos planejamentos, quando questionamos a professora por que não aconselhava que o aluno aprendesse álgebra antes da 5ª série, ela explicou sobre a imaturidade cognitiva do aluno para apreender tal conteúdo. Ana esclareceu ainda que quando o aluno estuda da 1ª à 4ª série ele não consegue fazer a conexão do que aprendeu com o conteúdo que se está aprendendo na 5ª série. Além do mais, o professor de Ensino Fundamental de 1ª à 4ª não percebe quais os conteúdos matemáticos estão relacionados à álgebra. E quando o aluno chega na 5ª série ele não consegue fazer a ligação daquilo que está aprendendo neste momento com o que tinha aprendido de matemática nas séries anteriores. Para Ana, o aluno tem preguiça de pensar. E enfatiza: - *A "preguiça" do aluno desta escola é por causa da falta de estímulo da família. Os alunos vêm para escola obrigados. Os pais têm medo de serem enviados para o conselho tutelar*. Para ela, as conexões das seqüências matemáticas com a álgebra podem ser feitas pelo professor para evitar as dificuldades de aprendizagem encontradas atualmente, por exemplo, na generalização de situações matemáticas simples, como potências e que, enquanto professora, ela tenta fazer na 5ª série a conexão com a álgebra, principalmente quando ensina conteúdos como proporcionalidade.

Quando a professora fala sobre a conexão da álgebra com o cotidiano, há uma preocupação dela em mostrar que tudo que se ensina em matemática tem uma utilidade na prática. Muitos professores de matemática seguem esse caminho de busca. No entanto, esquecem que nem em todos os conteúdos matemáticos conseguimos conectar de forma clara e com significados com a realidade do aluno. O que o professor precisa é saber buscar estratégias de ensino que possibilitem que os alunos possam aprender significativamente os assuntos estudados na matemática escolar quer estes possam estar vinculados a realidade do aluno ou não. Ou seja, o que é preciso é que nós, professores, procuremos estratégias de ensino para auxiliar os alunos em seus processos de entendimento de assuntos matemáticos que não encontramos diretamente conectados ao cotidiano do aluno.

Um exemplo de estratégia que pode ser utilizada é a de João Carlos Passoni (2002), que, em sua dissertação de mestrado intitulada *(Pré) Álgebra: introduzindo os números inteiros negativos,* fez um estudo comprovando que é possível introduzir a álgebra por meio do ensino dos números inteiros negativos.

Observamos que uma das atividades que a professora nos mostrou o problema envolvia operações com números inteiros. Segue o exercício que foi proposto para a turma:

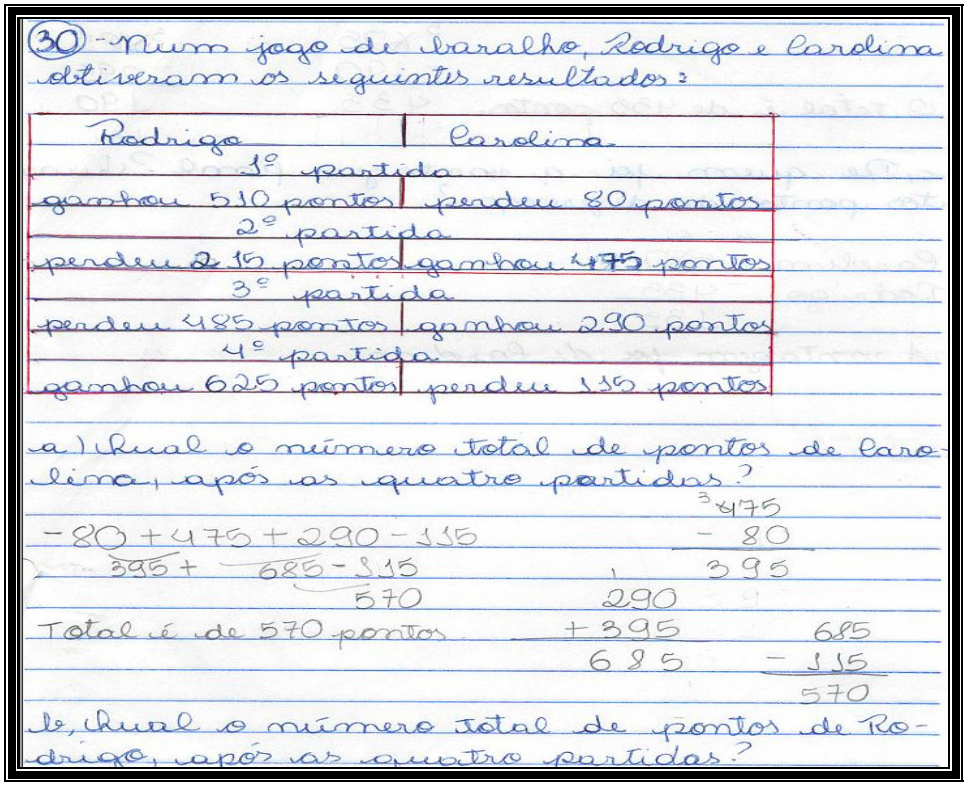

30 - Num jogo de baralho, Rodrigo e Carolina obtiveram os seguintes resultados:
Rodrigo | Carolina
1ª partida
ganhou 510 pontos | perdeu 80 pontos
2ª partida
perdeu 115 pontos | ganhou 475 pontos
3ª partida
perdeu 485 pontos | ganhou 290 pontos
4ª partida
ganhou 625 pontos | perdeu 115 pontos
a) Qual o número total de pontos de Carolina, após as quatro partidas?
-80 + 475 + 290 - 115
395 + 685 - 115
570
Total é de 570 pontos
290
+ 395
685
475
- 80
395
685
- 115
570
b) Qual o número total de pontos de Rodrigo, após as quatro partidas?

FIGURA 39: Exercício aplicado a uma turma de 6ª série em agosto de 2006, Vitória.

A princípio a docente nos apresentou o exercício (vide abaixo) feito por uma aluna como sendo o conteúdo que naquele momento estava sendo trabalhado em sala de aula. A ênfase que a professora faz é que a melhor forma de se aprender matemática *é por resolução de problemas.* Quando a professora nos mostrou o exercício reportamo-nos à discussão que concomitantemente já fazemos com o autor Imenes. Então perguntamos à professora se nessa atividade ela estaria desenvolvendo o pensamento algébrico do aluno. Naquele momento ela parou, refletiu e disse que até o momento não havia ainda pensado sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico do aluno a partir de uma atividade sobre números inteiros. Mesmo que uma pesquisa tenha mostrado a possibilidade de introduzir a álgebra por meio dos núme*ros inteiros,* como mostra Passoni (2002), a docente pesquisada ainda não tinha essa

compreensão. Talvez o fato de essa abordagem ainda não ser muito explicitada na literatura atual contribua pra tal incompreensão.

A partir da discussão sobre a introdução da álgebra por meio de números inteiros, a professora Ana, a cada encontro, mostrava-se mais reflexiva e questionadora em relação às suas atividades matemáticas, propondo-se a buscar meios de aprimorar sua prática docente. Mas percebemos que naquela ocasião a professora Ana não tinha a compreensão de que a introdução da álgebra acontecera implicitamente no desenvolvimento das atividades; faltou explorar em sala de aula, por exemplo, a generalização da situação – problema proposta. Tivemos essa percepção ao longo da pesquisa e pudemos dialogar e transmitir essa nossa percepção para a professora.

Apesar da incompreensão da professora quanto à introdução da álgebra, percebemos sua aluna aplicar os algoritmos convencionais da adição e subtração de números inteiros. Nota-se que a discente manteve todos os cálculos na folha de exercícios para facilitar o entendimento de como ela resolveu a questão. Este seria um exemplo em que o cálculo mental poderia ser explorado, caso os alunos já dominassem problemas com as quatro operações.

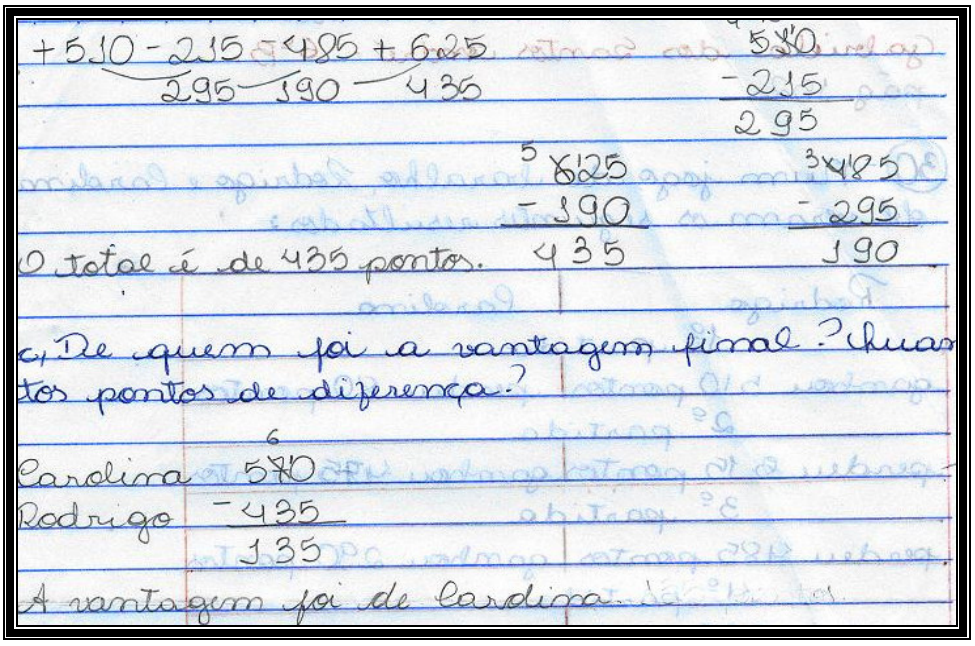
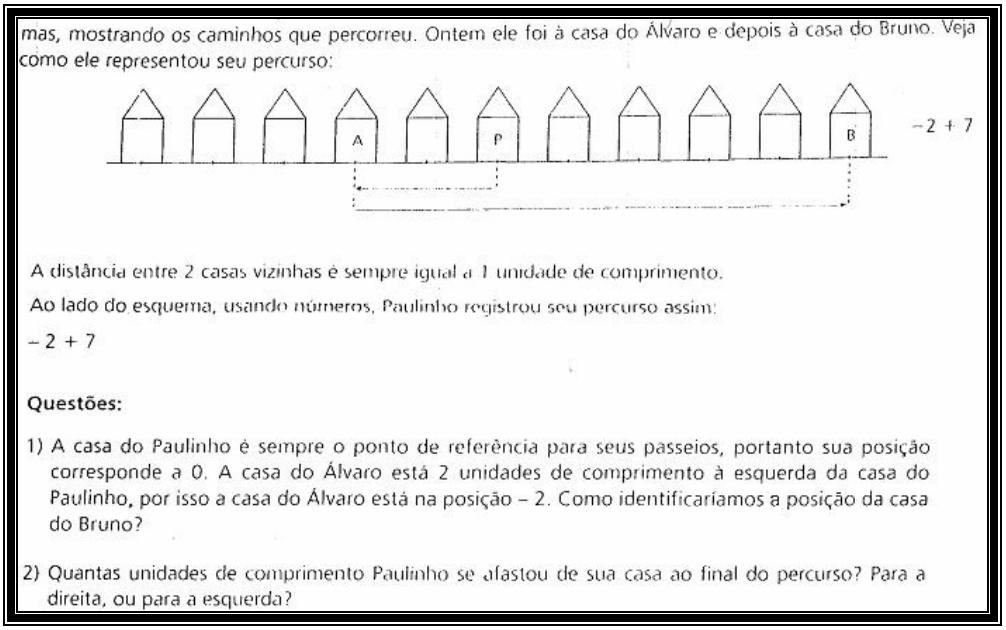


FIGURA 40 – continuação do exercício aplicado a uma turma de 6ª série em agosto de 2006.

Uma outra atividade tendo por objetivo trabalhar as noções de números inteiros na turma de sexta série foi aplicada pela professora Ana. Esta atividade consta de alguns problemas matemáticos, que percebemos que poderiam iniciar o estudo algébrico em sala de aula. Mas

percebemos que a ênfase dada em sala de aula foi para os procedimentos de cálculo mental com números inteiros.



mas, mostrando os caminhos que percorreu. Ontem ele foi à casa do Álvaro e depois à casa do Bruno. Veja como ele representou seu percurso:

A distância entre 2 casas vizinhas é sempre igual a 1 unidade de comprimento.

Ao lado do esquema, usando números, Paulinho registrou seu percurso assim:

– 2 + 7

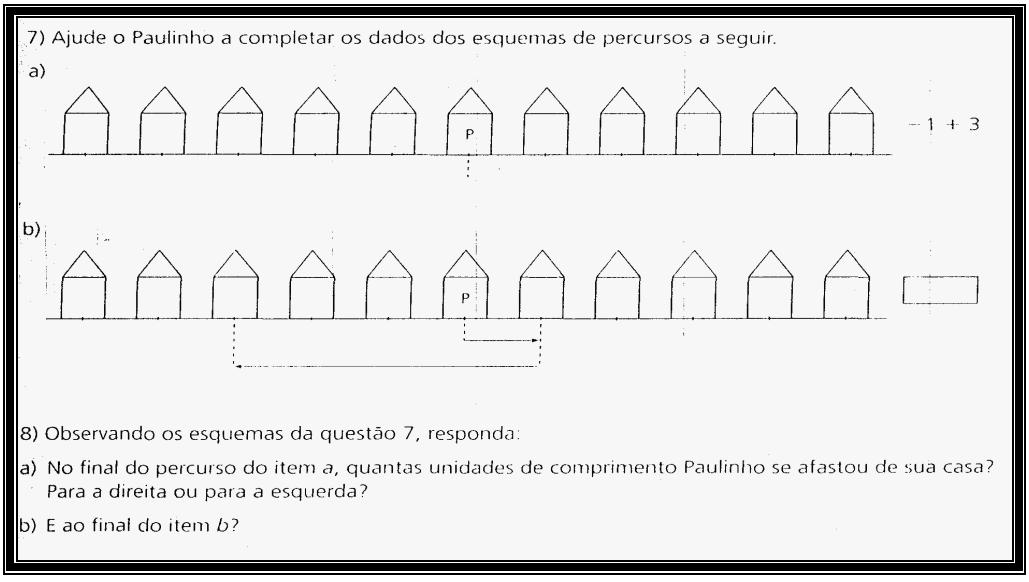
Questões:

1) A casa do Paulinho é sempre o ponto de referência para seus passeios, portanto sua posição corresponde a 0. A casa do Álvaro está 2 unidades de comprimento à esquerda da casa do Paulinho, por isso a casa do Álvaro está na posição – 2. Como identificaríamos a posição da casa do Bruno?

2) Quantas unidades de comprimento Paulinho se afastou de sua casa ao final do percurso? Para a direita, ou para a esquerda?

FIGURA 41: Exercício sobre números inteiros aplicados a uma turma de 6ª série.

Na continuação do exercício há o desdobramento do problema, como se vê abaixo. Ainda que muito bem explorada a noção de números inteiros em sala de aula, notamos que na atividade proposta em sala de aula poderia ser aproveitada a generalização ou a utilização do conceito de padrões algébricos.



7) Ajude o Paulinho a completar os dados dos esquemas de percursos a seguir.

a)

b)

8) Observando os esquemas da questão 7, responda:

a) No final do percurso do item *a*, quantas unidades de comprimento Paulinho se afastou de sua casa? Para a direita ou para a esquerda?

b) E ao final do item *b*?

FIGURA 42: Continuação do exercício sobre números inteiros aplicados a uma turma de 6ª série.

Percebemos, na fala da professora Ana, que ela baseia-se em sua prática pedagógica, o ato de se resolver problemas. Ou seja, ela enfatiza muito que se deve ensinar mostrando ao aluno a praticidade da matemática ou levando o aluno a perceber a praticidade da matemática. Perguntamos então a ela, o que é feito quando há conteúdos em que não é possível mostrar a praticidade da matemática? Ela respondeu que tenta, pelo menos, mostrar que eles os usarão em conteúdos futuros.

Quando o assunto foi "livro didático" a professora Ana considerou que o manual é adequado ao ensino público municipal. Para ela, o autor do LD faz uma abordagem de cada parte necessária para o ensino das equações na 6ª série. Afirma ainda que o autor não aprofunda ou aborda com muito rigor os tópicos, mas contextualiza para que o aluno entenda o que é uma equação. O LD adotado pela escola é a coleção *Novo Praticando Matemática,* de Andrini e Vasconcellos. Ana esclareceu que o autor esquematizou da seguinte forma o ensino das equações, conteúdo que introduz a álgebra, na sexta série: significado das letras em matemática; uso das letras para se generalizar, uso de letras para se comparar (quando ele traz os exercícios com balança), uso de letras ou das equações para resolução de problemas.

Diante disso, verificamos, ao longo da pesquisa, que as dificuldades observadas nos professores e em nós próprios não são decorrentes somente da formação acadêmica inicial e do modelo de formação que os professores receberam, mas também de suas experiências posteriores de formação continuada e/ou formação em serviço. Como estes professores podem suprir essa carência de conteúdo que têm devido ao modelo inicial de formação que tiveram? A resposta poderia ser nas formações continuadas e nas formações em serviço. No entanto são poucas as escolas que possuem mais de dois professores para dialogarem em seus planejamentos e as formações continuadas e em serviço quando acontecem dão pouca abertura para os professores compartilharem entre si as dificuldades que encontram em suas práticas pedagógicas e as dúvidas que porventura tenham em alguns assuntos matemáticos.

Vale a pena relatar uma iniciativa da universidade em termos de capacitação de professores de matemática. A cada ano, acontece sempre na última semana de janeiro e de julho uma capacitação para professores de matemática de ensino médio organizada pela UFES. Nessa capacitação os professores estudam e resolvem exercícios de assuntos matemáticos, que sejam relevantes para o ensino da matemática. Normalmente estes assuntos foram sugeridos por diversos professores brasileiros e geralmente são assuntos em que muitos professores têm dúvida. Embora direcionado para professores que lecionam para o ensino médio, muitos

professores que lecionam para o ensino fundamental também participam desta capacitação. As aulas são por teleconferência e ministradas por professores doutores em matemática do Instituto de Matemática Pura e Aplicada do Rio de Janeiro (IMPA/RJ). Nessa capacitação os professores promovem debates em grupos e encaminham as dúvidas das atividades que em grupo não conseguiram resolver para os professores doutores do IMPA/RJ. Os debates entre os professores e a busca de esclarecimentos de suas dúvidas demonstram o desejo dos professores de encontrar modos mais eficazes de abordarem alguns conteúdos de matemática em sala de aula. Mas esta é uma das únicas capacitações que vemos aqui no estado e é direcionada para professores que lecionam no ensino médio. Ainda há muita carência de formações continuadas que venham suprir a carência de aprofundamento de conhecimentos matemáticos e de conhecimentos pedagógicos matemáticos dos professores que lecionam matemática.

A sensação que temos é que em meio à pós-modernidade ainda há professores de matemática "perdidos" no universo da educação por falta de orientação pedagógica. Ou seja, necessitam de sugestões de didática de ensino, por especialistas ou profissionais da área de matemática e que sabem da complexidade que encontramos no ensino e aprendizagem da disciplina em sala de aula. Por mais que a sede e motivação em ensinar matemática estejam arraigadas nos professores, notamos a carência de formação em assuntos matemáticos relevantes para a prática pedagógica de matemática. Não estamos intencionados em colocar no professor toda a culpa nas dificuldades encontradas no ensino da matemática na escola. Vários fatores são importantes e influentes na oscilação dos gráficos da educação que indicam constantes fracassos no ensino do Brasil e em particular no ensino de matemática, veja-se, por exemplo, os fracos resultados de alunos brasileiros nos testes do SAEB e do PISA (ver por ex. o site do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisa, INEP, www. inep.gov.br). No entanto, nossa proposta de investigação é procurar compreender, examinar e estudar como se dá a abordagem da álgebra na sala de aula, como é desenvolvido o pensamento algébrico do aluno e o que o professor pensa sobre o ensino e aprendizagem da álgebra e sobre o livro didático que adota.

Em um dos diálogos com a professora Ana notamos que embora ela afirme que a introdução da álgebra deva ser feita a partir da 5ª série, em uma atividade que ela estava desenvolvendo em uma turma de 5ª série sentíamos uma ausência de exploração de idéias que poderiam ajudar o desenvolvimento do pensamento algébrico quando aplicada em sala de aula. A matéria da ocasião era operações com números naturais, como no exemplo abaixo:

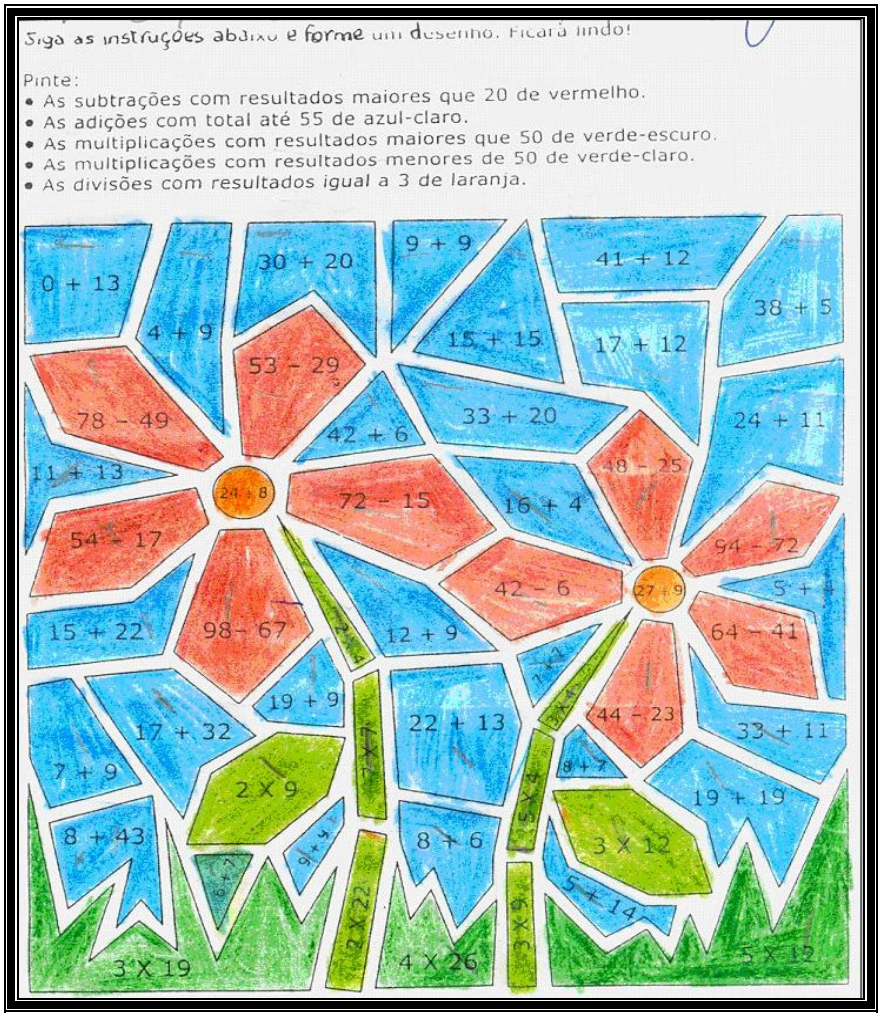


FIGURA 43 - Atividade desenvolvida por um aluno de 5ª série de Ana em 2006.

Nessa atividade a professora poderia estabelecer relações com o processo de resolução, com os padrões estabelecidos e com os valores. Segundo Bertrand Russel (2007, p. 63) “a questão de como construir relações que tenham alguma propriedade útil por meio de operações com relações que possuem apenas rudimentos da propriedade é de considerável importância”. A relevância acontece quando conseguimos firmar as relações necessárias do elementar com o objetivo a que pretendemos. As dificuldades em constituir autonomamente relações na matemática vêm do receio de errar e ensinar errado. Logo, na visão do professorado, muitas vezes, é preferível seguir o que já está posto a se ousar a criar. Essa é a postura que muitas vezes tem o docente de matemática.

Felizmente, a ausência da abordagem feita pela professora não é ocasionada pelo medo de ousar e sim possivelmente pela ausência de uma concepção algébrica voltada para o desenvolvimento da álgebra a partir do ensino de números. No caso da atividade aplicada, a professora atingiu o objetivo pretendido mesmo estando distante de pretender desenvolver o

pensamento algébrico do aluno. A forma pela qual o aluno resolveu o exercício atendeu as expectativas da professora, que era a de verificar as habilidades da aplicação dos algoritmos nas operações, como se vê abaixo:

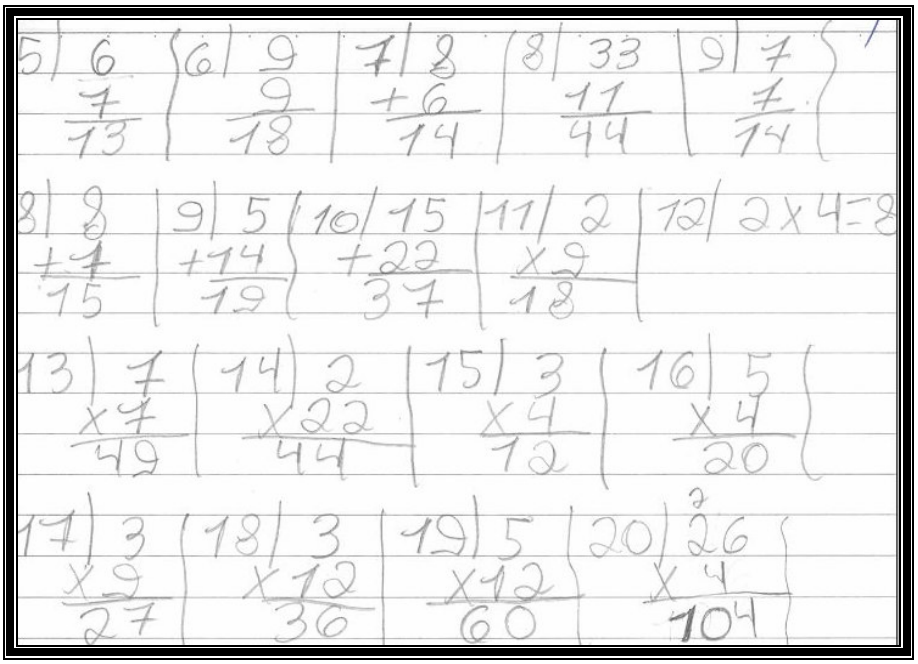


FIGURA 44: Cálculo da atividade desenvolvida por um aluno da 5ª série de Ana em 2006.

Mesmo assim a professora trabalhou em sala de aula a capacidade de raciocínio mental do aluno. E devido à limitação do aluno, foi muito importante a professora ter explorado a escrita da resolução da atividade. É relevante a escrita dos procedimentos da resolução de situações–problemas para que o aluno assimile melhor os conceitos matemáticos, dentre eles os conceitos algébricos.

A aritmética está enraizada nas concepções de professores e alunos. Ainda há a dificuldade em estabelecer relações e de explorar melhor a passagem da aritmética para a álgebra. Segundo Linhares (2005, p.114), essa dificuldade ocorre pela falta de articulação na passagem da aritmética para a álgebra. Na verdade, o discurso de Ana enfatiza o que os teóricos que estudamos nesta pesquisa dizem, e o que aprendemos em nossa formação docente - a utilizar regras, definições e teoremas dissociados do contexto cotidiano da escola básica. Tal dificuldade é externada quando o professor se pergunta o que na realidade deve ser ensinado e explorado em sala de aula. Os diálogos nos indicam que escolher um bom livro didático ajuda, pois, conforme a professora Ana, os conteúdos já estão dispostos conforme a necessidade do alunado.

Observando uma aula de Ana na 6ª série, na qual a mesma estava corrigindo e explicando exercícios sobre expressões numéricas com números inteiros, observamos que ela deu ênfase aos procedimentos de resolução mental das questões. E também valorizou o uso de números opostos, potências e das propriedades associativa, comutativa e distributiva das quatro operações e da propriedade do zero como elemento neutro na adição/subtração de números naturais. Além disso, a professora valorizou no aluno as diversas formas de se resolver expressões numéricas.

Num outro encontro no planejamento da professora, após a aula citada acima, fizemos as seguintes perguntas para ela: em que momento do exercício proposto você acha que está desenvolvendo o pensamento algébrico do aluno? Ana respondeu que "o pensamento algébrico é o que parte do pensamento do aluno, quando o aluno tenta compreender o exercício". Ainda ressaltou que "os caminhos ou estratégias feitas pelos alunos já fazem parte do pensamento algébrico". A partir dessa fala indaguei como ela, sendo a professora, vai poder verificar se realmente o aluno desenvolveu o pensamento algébrico na resolução desse exercício? A professora disse que não pensou na possibilidade de trabalhar a generalização, mas que pensaria numa forma de se preparar o aluno para a introdução efetiva da álgebra.

João Carlos Passoni pesquisou, em sua dissertação de mestrado pela PUC-SP (Pontifícia Universidade Católica de São Paulo), em 2002, sobre a introdução da álgebra por meio do ensino dos números inteiros. Infelizmente ainda encontramos poucos autores que iniciam a álgebra nas séries iniciais. Apesar de ser uma proposta bem interessante a de Passoni (2002), poucos são os professores que têm essa iniciativa ou que têm conhecimento destes estudos ou que tenham já pensado sozinhos sobre o mesmo. A não ser que estas novas idéias para introduzir a álgebra sejam tema de estudo e discussão em formações continuadas ou de cursos de capacitação e a partir destas experiências os professores possam disseminar uma proposta de ensino diferenciada de álgebra. Apontamos dois possíveis motivos para que os professores desconheçam tais idéias e nem se sintam estimulados a pensar em caminhos diferentes para introduzir a álgebra em sala de aula. Primeiro: porque os professores estão fortemente influenciados pelo que aparece dos conteúdos no LD e segundo porque a maioria dos LD inicia o estudo dos números inteiros a partir da 6ª série.

Num dos encontros com a professora Ana, sentamo-nos para analisarmos o capítulo de equações do LD de 6ª série de matemática de Andrini e Vasconcellos, adotado pela escola. O capítulo referido é o nono de um total de onze que o livro possui. Aparentemente não há

nenhum capítulo anterior nessa série e/ou na série anterior que prepare o aluno para lidar com á álgebra. Notamos que o autor do manual didático esquematizou da seguinte forma o ensino das equações: significado das letras em matemática; uso das letras para se generalizar; uso de letras para se comparar (quando ele traz os exercícios com balança); uso de letras ou das equações para resolução de problemas. Mas o que chama mais a atenção é que o autor inicia o capítulo com um exemplo de padrões com representação geométrica e em seguida trabalha com a idéia de generalização. Essa forma possibilita que o aluno chegue à generalização do problema. Quando questionamos sobre a utilidade do livro para essa escola a professora respondeu que didaticamente ele atende as expectativas dos alunos do município. Ana justifica que o autor não aprofunda ou aborda com muito rigor os tópicos, mas contextualiza para que o aluno entenda o que é uma equação. Na percepção da professora a contextualização dos conteúdos é relevante para o ensino da matemática. Ainda é perceptível a importância que a docente dá à abordagem da equação por meio de exercícios com balança.

As diretrizes curriculares de matemática da prefeitura municipal de Vitória (2004) sugerem ao professor da disciplina no ensino fundamental que os objetivos da educação matemática quanto ao campo algébrico sejam os de

> Procurar padrões e regularidades em situações Matemáticas diversas, principalmente em contextos numéricos e geométricos.
>
> Analisar as situações numéricas e explicitá-las em linguagem algébrica.
>
> Estabelecer relações entre variáveis e fórmulas e equacionar situações Matemáticas simples.
>
> Utilizar a linguagem simbólica para simplificar uma situação Matemática, sem esquecer o papel convencional que os símbolos desempenham.
> Compreender e produzir textos matemáticos no âmbito da álgebra (p. 31).

Nesse caso a prescrição dos conteúdos algébricos fica a critério do professor que, por sua vez, responsabiliza o LD pela prescrição. Quanto a isso, de acordo com as falas dos professores, alguns deles declaram que atendem à realidade e outros que não, reconhecendo, assim, que cabe aos mesmos complementarem o LD. O que chamou-nos a atenção é que, na visão da professora Ana, o livro pouco aprofunda ou não aborda com muito rigor o assunto, mas consegue contextualizar os principais tópicos da matemática.

Há um outro ponto relevante em nosso estudo que é sobre o conhecimento matemático do professor. A professora Ana comentou, em determinado dia, que foi prestar um concurso e que quando foi estudar matemática percebeu que havia esquecido muita coisa da matemática

acadêmica. E complementou que teve que decorar muita coisa na faculdade e que não sabia em que utilizaria muitos assuntos, principalmente em Cálculo. Mas, como teve que estudar para o concurso, passou a entender algumas coisas que na época de estudante universitária não entendera. A professora desabafou que para ela foi necessário passar um tempo maior para que conseguisse aprender e ressalta que talvez o aluno precise também de um tempo mais longo para que ocorra uma aprendizagem. Acreditamos que foi por isso que ela afirmou que a álgebra deve ser ensinada gradativamente a partir da 5ª série.

Em nosso entendimento, o tempo a que Ana se refere seria as formas de adquirir conhecimento citado e defendido por Piaget (1896-1980). Interpretando à luz da teoria de Piaget (1896-1980) Ana externaliza possivelmente um nível de *coação social,* Taille (1992, p. 18) que teve durante a graduação Ou seja, a maioria do que foi ensinado na universidade foi aceito como uma verdade e divulgado como se fosse uma tradição. Além disso, os alunos da quinta série, segundo Piaget já possuem a habilidade cognitiva de lidar com a abstração, trabalhar por meio de hipóteses e operacionalizar dedutivamente sobre as hipóteses, Piaget (1983, p. 17-30).

Outro entendimento decorrente da fala da professora Ana é que temos que pensar na oportunidade que ela teve de interação com estes conhecimentos que tinha decorado e aceito como verdades na época de estudante universitária. Foi necessário ter um objetivo a ser atingido para que ela aprendesse algo que não havia aprendido. Possivelmente não foi por causa do momento, e, talvez, com a possibilidade de estudar para ser aprovada e motivada para isso foi que a professora processou o conhecimento que já estava de algum modo internalizado mas sem ter uma compreensão profunda. Ou seja, ela só precisou dar significados e formalizar os conceitos, isto é, re-significar as informações, formalizando os conceitos que precisavam ser aprendidos. Essa nossa interpretação nos remete a teoria de Vygotsky, que enfatiza que no processo de conhecimento é necessário que o sujeito *dotado de todo o seu aparato* biológico-sócio-cultural interaja com o meio, internalizando e organizando as construções estabelecidas por estas interações até constituir o objeto de conhecimento, como nos informa Oliveira (1998, p. 23-32). Portanto, a nosso ver a professora é uma mediadora no ensino e aprendizagem da matemática e com isso, possibilita a interação com a matemática de forma mais clara do que na época em que a estudara.

5.1.3 Professor Carlos

Este professor, como já citado nos procedimentos metodológicos, tem formação em Engenharia e complementação em Matemática. Destacamos que o professor inicialmente fez um discurso um pouco rude ao criticar a postura dos matemáticos no ensino da matéria. Segundo ele, os matemáticos fazem pesquisa para apontar erros e acertos dos sujeitos pesquisados. Além disso, suas práticas são rigorosas e o que ensinam torna-se mais difícil para o aluno. Na realidade, esse discurso demonstra a concepção, *a priori*, que ele tem da matemática dita "dos matemáticos". Muitas vezes ele falou que, na Engenharia, a aplicação da matemática é evidente e direcionada à aplicação prática, por isso os conteúdos que ele considera importantes e que acha que são aplicados à realidade do aluno, ele os ensina. No decorrer da pesquisa de campo, percebemos que os questionamentos que o professor tinha faziam parte de várias angústias e limitações que possuía como professor e decorrentes de sua formação. Percebemos ainda que, apesar desses limites, o professor se destaca, pois consegue a praticidade dos conteúdos que ensina, e que há aplicação principalmente na Economia e na Engenharia.

Como nossa investigação é de cunho qualitativo e tínhamos a intenção principal de compreender como estes professores concebiam a álgebra e como introduziam a mesma para seus alunos, procuramos ser flexíveis sempre que necessário em nossos procedimentos metodológicos no desenvolvimento do trabalho de campo. Portanto, algumas vezes, tivemos que aplicar instrumentos da pesquisa de acordo com as condições especificas do dia de aula de cada professor ou do dia de planejamento. Ou seja, quando não estávamos em sala de aula com este professor, nós nos reuníamos para conversar utilizando perguntas estruturadas ou semi-estruturadas e discutirmos assim sobre suas atividades em sala de aula. Utilizamos também com o professor Carlos o mesmo questionário que usamos com a outra professora, Ana. Ou seja, colocamos para ele as seguintes perguntas:

1. O que é matemática para você?
2. Comparando a matemática com um bicho: você acha que ela seria como _____. Por quê?
3. O que é educação matemática para você?
4. O que é Álgebra para você?
5. O que é pensamento algébrico para você?

O professor deu a seguinte resposta à primeira pergunta:

1) O que é matemática para você?

A resolução de problema. Porque tenta conectar à praticidade.

Figura 45 – perguntas do questionário

Segundo o professor, sempre no primeiro dia de aula costuma definir a matemática como a arte de resolver problemas. Essa definição, de acordo com ele, vem de sua ansiedade como engenheiro. Ele acha que ensinar matemática por meio de problemas que explicitam a praticidade da matemática para o aluno seria bem mais fácil e que assim eles compreenderiam os conceitos ensinados. Quanto aos problemas práticos, Polya (1956) afirma que,

> são diferentes, em diferentes aspectos, dos problemas puramente matemáticos, muito embora os principais motivos e processos sejam essencialmente os mesmos em ambos os casos. Os problemas práticos da Engenharia geralmente envolvem problemas matemáticos. [...] conhecimentos necessários e os conceitos utilizados são mais complexos e menos nitidamente definidos nos problemas práticos do que nos problemas matemáticos (p. 126-127).

Concordamos com Polya, pois muitos problemas práticos ligados à engenharia e economia necessitam de mais conhecimentos, digamos, científicos, ou seja, específicos das áreas juntamente com conhecimentos matemáticos para serem resolvidos. Sendo assim, se esses conhecimentos não fazem parte do cotidiano do aluno, os problemas práticos se tornam mais complicados do que os puramente matemáticos. Devem ser considerados problemas práticos comuns à realidade sócio-econômica-cultural da comunidade onde está inserida a escola. Como exemplo, na região há a prática constante de alunos que são vendedores nas feiras livres do bairro. Esses alunos dominam as técnicas de venda e negociação, inclusive descontos promocionais dos produtos de final de feira. Situações como essa são boas oportunidades para trabalhar o cálculo mental, pesos e medidas, bem como o desenvolvimento do pensamento aritmético e algébrico. No entanto, em nossas observações não constatamos o aproveitamento das vivências desses alunos.

Abaixo segue a segunda pergunta e respectiva resposta do professor:

2) **Comparando a matemática com um bicho: você acha que ela seria como** Dragão. **Por quê?** Tudo é ficção. Ou seja, você se assusta quando vê, mas quando conhece percebe que era tudo ficção, as dificuldades não são nada.

FIGURA 46: perguntas do questionário

Lins (2004) aborda pontos interessantes em seu artigo ao fazer analogia da matemática com monstros. A relação que o professor faz da matemática com o dragão causa-nos um estranhamento da matemática que ele aprendeu na faculdade em relação à matemática que ele tem que ensinar e/ou com que se depara na realidade, baseando-nos na abordagem que Lins faz do "estranhamento entre a matemática acadêmica e a matemática da rua" (2004, p. 94). A justificativa do professor indica ainda que esse monstro engana - coloquialmente "não vale nada". O discurso do professor, durante os sete meses de pesquisa, mostra uma postura de profissional inquieto com o ensino de matemática. Além disso, evidencia-se que é necessário que a escola faça com que os alunos percebam a matemática na realidade social, propiciando a quebra de mitos e de rejeições em relação ao ensino da disciplina.

Vale informar que a escola ainda é pouco atrativa para o aluno. Isso porque dentro dessa instituição muitas coisas são ensinadas sem qualquer sentido para o aluno quanto ao seu dia-a-dia. Lins representa uma situação desse tipo informando que

> o aluno chega à escola, tira das costas a mochila com coisas que ele trouxe da rua e a deixa do lado de fora da sala de aula. Lá dentro ele pega a pastinha onde estão as coisas da Matemática da escola, e durante a aula são estas as coisas que ele usa e sobre as quais fala. Ao final do dia escolar ele guarda a pastinha, sai da sala, coloca de volta a mochila da rua, e vai embora para casa. (2004, p. 94)

Situações como essa são comuns nas escolas atualmente. Muitos professores, em particular, Carlos, são conscientes dessa situação e muitos se sentem inquietos com sua própria prática docente. Tal inquietação acontece mediante a reflexão que o docente faz quando se preocupa e sente-se incomodado com as dificuldades de aprendizagem dos alunos em matemática. Quando Carlos questiona sobre alguns conteúdos de matemática que, a seu ver, não faz sentido serem ensinados, na verdade ele passa a concepção de matemática que ele tem, ratificando nossa concepção de que é necessário explicitar a utilidade prática da disciplina.

Muitas vezes o professor questionou o porquê de se ensinar produtos notáveis para a sétima série, quando seria mais fácil lidar com conteúdos mais prováveis de serem utilizados pelos alunos instantânea ou futuramente. Acrescentou ainda a crítica ao LD por terem conteúdos desconexos da realidade dos alunos. Por esses e outros motivos, muitos alunos vêem a matemática como um monstro e infelizmente não conseguem sozinhos desvelar o significado ou a essência do que aprendem em matemática. Por isso, criam mitos e interpretam o monstro

conforme algumas experiências vividas e alimentam negativamente a idéia de que a matemática é muito difícil para ser aprendida.

Durante a pesquisa ficou muito nítido no discurso de Carlos que a matemática utilizada e ensinada pelos matemáticos é complicada. Em suas palavras, *os matemáticos só sabem complicar.* De acordo com os diálogos que tivemos com os professores ao longo dos sete meses de pesquisa e com os teóricos lidos, essa crítica evidencia a atitude do educador frente aos seus conhecimentos matemáticos. Na prática docente ou nas ações pedagógicas o conhecimento é relevante e a postura crítica de Carlos perpassa a dúvida de como ensinar matemática diante do contexto de educação que temos atualmente. Percebemos que a inquietação que Carlos tem quanto ao ensino de matemática inspira-o a buscar caminhos dentro de sua formação acadêmica em Engenharia para suprir a carência didática de matemática. Esse é um fator positivo na postura de Carlos. Mostra que ele tenta extinguir e/ou diminuir o estranhamento da disciplina pelos alunos e o distanciamento do que se aprende em matemática na escola com o que se vê de matemática fora dela.

Quanto ao conhecimento do professor pesquisado, Lorenzato (2006, p. 04) afirma que o docente que dá aula sem conhecimento poderá apenas "repetir exatamente aquilo que o aluno encontra no livro didático". Lorenzato segue seu discurso afirmando ainda que tal postura pode tornar o professor desnecessário ao aluno durante a aprendizagem. Diante dessas afirmações fizemos uma segunda interpretação em nosso estudo. O professor que ensina sem conhecimento e que reproduz exatamente o que há no LD, na verdade se remete ao ensino mecânico enfatizando as concepções e atitudes negativas do ensino-aprendizagem da matemática. Considerando que o professor ensina com o conhecimento que de verdade possui, concordamos com Lorenzato (2006) quando este afirma que o professor conquista respeito, confiança e admiração de seus alunos.

Não encontramos, na postura dos professores pesquisados a atitude defensiva diante do fracasso escolar (altos índices de reprovação, evasão escolar etc) e diante da matemática ser uma das responsáveis pelo fracasso educacional tal como aborda Geraldo Perez (2004). Mas sim encontramos professores que assumiram que têm uma formação acadêmica deficiente e o conhecimento matemático que têm é da matemática superior carregada de termos como disse Lorenzato (2006, p. 05) de seus *laplacianos, jacobianos, gradientes, divergentes,* integrais duplas etc. Com isso, notamos que a formação acadêmica inicial não dá conta do que vamos encontrar e precisar em nossas ações pedagógicas na sala de aula.

Mesmo com professores conscientes, críticos e que buscam conhecimentos matemáticos dentro do contexto sócio-histórico do aluno, ainda encontramos uma realidade no ensino de matemática, ainda bem próxima da tradicional. Ou seja, segundo Piaget (1983) um ensino caracterizado pela propagação de conhecimentos aceitos conforme se aprendeu ou aceitou como verdade absoluta. Este é um dos fatores que causam a falta de motivação em aprender matemática. Isto se estende ao ensino da álgebra e com isso, concordamos com Perez (2004) que o método de ensino empregado pelo professor, que usa linguagem e simbolismo muito particular, além do alto grau de abstração, resultam numa falta de interesse pelo estudo da álgebra. Perez (2004) defende a idéia de o professor investigar a sua própria prática, porém no contexto atual é necessária a ação de políticas de formação adequada para trabalhar no professor sua prática docente em matemática. Além disso, dar subsídios ao professor de investigar sua própria prática. É relevante enfatizar o que diz Perez (2004, p. 255): *a forma* que o professor *vive a profissão está estreitamente ligada à noção que se tem de identidade profissional, e que este é um aspecto decisivo que condiciona muito do que o professor faz ou está receptivo para vir a fazer num futuro próximo.* A questão de identidade do professor é uma abordagem relevante, mas que não pretendemos aprofundar neste estudo. Mas cabe ressaltar que acreditamos que a identidade do professor com o fazer matemático está ligada a concepção que o professor tem de ensino da matemática. Ou seja, o professor que reflete sobre e investiga sua própria prática, em nossa interpretação não teria tantas dúvidas quando questionássemos sobre o que ensinar? Como ensinar? E para quê ensinar?

Prefeitura Municipal de Vitória
Nome: _____ Data: ___/___/___
Nº: _____ Série/Turma: _____ Valor: 5,0 pontos Professor:

Avaliação de Matemática

1.(1,0 ponto) Calcule a diferença entre a raiz quadrada de 81 e a raiz cúbica de 8.

2. (1,0 ponto) Simplifique:

a) $\sqrt{99}$ =

b) $\sqrt{800}$ =

3. (1,0 ponto) Efetue:

a) $5\sqrt{7} + 9\sqrt{7}$ =

b) $\sqrt{20} + \sqrt{32} + 2\sqrt{45}$ =

4. (1,0 ponto) Racionalize:

a) $\frac{8}{\sqrt{3}}$ =

b) $\frac{8\sqrt{7}}{5\sqrt{3}}$ =

5. (1,0 ponto) Num triângulo eqüilátero, o lado é igual a $3\sqrt{5}$. Quanto mede o perímetro desse triângulo?

FIGURA 47: Atividade de matemática elaborada pelo professor Carlos para a 8ª série em 2006.

Embora que em seu discurso, o professor enfatiza que tenta fazer a conexão da matemática com sua prática, a atividade acima, não reflete tal discurso.

Em um de nossos encontros o professor Carlos enfatizou que a coleção de LD que utiliza na escola muitas vezes não contextualiza os exercícios para os alunos. Com isso, os exercícios parecem ficar sem lógica. Acrescentou ainda que acreditara que a coleção que chegaria à escola seria mais tradicional, mas ficou surpreso com a reformulação da coleção. Na verdade o professor mostrou-se mais favorável ao modelo anterior. Segundo ele, o autor dava uma seqüência de exercícios de mesmo modo de resolução ou algoritmo e em seguida mudava-se o modelo acrescido de uma seqüência de exercícios que se diferenciavam pelos números. Na visão de Carlos, para o aluno daquela escola seria melhor ter uma seqüência de exercícios a resolverem, conforme a edição de LD adotada anteriormente. Outra concepção que o professor transmite é que *tudo que se relaciona à matemática tem que ter número.* Percebemos, então,

nessa fala que para o professor a aritmética é prioridade na matemática. Essa idéia é verificada na avaliação acima, elaborada pelo professor.

Quanto à avaliação, o professor Carlos diz o seguinte:

> Quando elaboro uma prova procuro colocar questões que de alguma forma façam parte do cotidiano do aluno, mostrando para ele como é bom aprender aquele assunto, como vai ser útil em sua vida. Coloco também questões mais técnicas como as de provas de CEFET-ES, UFES etc. e ouço os alunos dizendo: "poxa estou resolvendo questões que caem no CEFET-ES", isto aumenta a auto-estima das crianças.
>
> Nas questões de radicais é possível tratar os radicais como letra, fazer uma analogia $\sqrt{7}$ é a mesma coisa que x, tipo x + x = 2x, $\sqrt{7}+\sqrt{7}=2\sqrt{7}$
> Os matemáticos que me perdoem, mas é um artifício que funciona. (depoimento do professor Carlos, em 2006)

Com essa fala o professor enfatiza o que alguns autores, tais como Lins e Gimenez (1997), Polya (1956), dentre outros, dizem que muitas vezes a matemática da rua, do cotidiano não cabe no contexto escolar. Estes autores afirmam que a matemática da rua existe no contexto social, mas que muitas vezes é difícil trazê-la para ser aplicada na matemática escolar. Muitas vezes é preciso que o aluno aprenda a matemática do matemático. Concordamos que em relação à álgebra, a matemática da rua voltada para álgebra torna-se mais complicada de ser aplicada e até mesmo de ser identificada pelos alunos.

Em relação às perguntas 3 e 4, vide respostas de Carlos:

3) O que é educação matemática para você?

Ensinar a resolver problemas.

4) O que é Álgebra para você?

Letras que valem números.

FIGURAS 48, 49: perguntas e respostas do questionário.

Carlos justifica suas respostas dizendo que muitos alunos têm dificuldades em perceber que as letras nada mais são do que números escondidos. Nesse momento de conversa percebemos que uma concepção forte de álgebra que o professor tem é de álgebra como aritmética generalizada. Logo fizemos outra pergunta:

5) O que é o pensamento algébrico para você?

Trabalhar as letras como números.

FIGURA 50: Pergunta De Questionário.

Em um dos dias de planejamento reunimo-nos com os professores Ana e Carlos para mostrarmos a atividade que havíamos elaborado para aplicar aos alunos desse professor. Na mesma ocasião deste planejamento escolar há pouco citado, nós estávamos mantendo diálogo com os autores das coleções de livros didáticos, os autores Andrini e Vasconcellos e Imenes. Estes autores de livros didáticos nos indicaram suas concepções algébricas quando perguntamos sobre o desenvolvimento algébrico na sala de aula. O conceito de cada autor está explicitado no próximo capítulo. Cada questão do teste foi retirada dos livros desses autores e o objetivo foi conectar o que os autores dizem no LD e no discurso que tivemos com os docentes, com o que é posto na sala de aula com a realidade do aluno.

Durante a aplicação das atividades observamos as reações e sinalizações dos alunos. Cabe ressaltar que elaboramos dois testes. Mediante o diálogo e o planejamento com os professores, estes acharam melhor aplicarmos um tipo de teste na 6ª série e outro na 7ª série. Além disso, permitimos que os alunos fizessem o trabalho em dupla. O objetivo dos exercícios era observarmos como os discentes os resolviam. A receptividade foi muito boa e percebemos o envolvimento de todos os alunos. Eles discutiam entre si e chegavam à resposta numérica. Percebemos a maturidade do aluno de 7ª série dessa escola e o envolvimento com as atividades propostas durante a aplicação das atividades. O teste foi aplicado em uma turma de sexta série com 32 alunos e uma turma de sétima série com 32 alunos, ambas de escolas municipais de Vitória.

Em relação ao LD e à sua abordagem, Carlos considera que nenhum dos LD de matemática do Ensino Fundamental aborda a álgebra em suas diferentes séries e/ou modalidades de ensino (Educação Infantil, Ensino Fundamental, Educação de Jovem e Adultos, Ensino Médio, pós-Médio, Ensino Técnico e Ensino Superior), a não ser pelo capítulo específico quando explicitam a introdução da álgebra na 7ª série.

A atividade abaixo mostra exercícios que o professor aplicou à sua turma de oitava série.

Atividade de Matemática

Nome: _____ Data: ___/___/___

Nº: _____ Série/Turma: **8ª** Professor:

1. A soma de um número com o seu quadrado é 30. ***Calcule esse número***.

2. O quadrado de um número aumentado de 10 é igual a sete vezes esse número. ***Qual é o número?***

3. Um casal planeja ter dois filhos. ***Qual a probabilidade de nascerem duas meninas***?

4. Uma urna tem 10 bolas idênticas, numeradas de 1 a 10. Se retirarmos uma bola da urna, qual a probabilidade de ***não*** obtermos a bola número ***7?***

5. O número da placa de um carro é ímpar. ***Qual a probabilidade de o último algarismo ser 3?***

6. Uma escada medindo 4 metros tem uma de suas extremidades apoiada no topo de um muro, e a outra extremidade dista 2,4 m da base do muro. ***Qual é a altura desse muro?***

7. A medida da diagonal da tela de uma televisão determina as polegadas da TV, Uma televisão cuja tela mede 30 cm por 40 cm ***possui quantas polegadas?***

Lembre-se 1 polegada = 2,5 cm

8. Um CD tem 12 cm de diâmetro. ***Calcule a sua área?***

9. Numa cidade, o preço da passagem de ônibus subiu de R$ 1,20 para R$1,35. ***Qual a porcentagem de aumento?***

10. Um senhor ganha R$ 840,00 por mês Ele gasta o seu ordenado do seguinte modo: 37% com alimentação, 21% com aluguel e 39% com outras despesas. ***Qual o valor mensal que lhe resta?***

FIGURA 51: Atividade de matemática elaborada pelo professor Carlos, 6ª série, 2006.

O professor Carlos justifica a atividade acima dizendo que,

> Questões práticas, todos já viram, conhecem o que é uma placa de carro (realidade presente no cotidiano do aluno). Problema, para se resolver é preciso ler, interpretar e concluir; e você sabe, como nossas crianças lêem mal. Nossos alunos não sabem definir o que é um número par. E probabilidade em si, não sabem como calcular? (Depoimento do professor Carlos, de 2006).

Percebemos que algumas destas questões podem desenvolver o pensamento algébrico do aluno. Comentamos isto porque quando bem trabalhadas e bem abordadas em sala de aula pelo professor, questões como essas podem desenvolver o pensamento algébrico do aluno. Percebe-se, então, que o professor deixa de justificar as duas primeiras questões, que em nosso entendimento não estão ligadas à prática do aluno e sim aos problemas tradicionais encontrados em LD. As outras questões, embora justificadas como práticas, podem ser encontradas em LD de grande circulação, inclusive no manual adotado pelo professor Carlos. Isso caracteriza a forte influência do LD na atividade do docente.

Percebemos ainda que nas questões expostas pelo professor o tratamento algébrico poderia ser mais explorado. O tratamento da manipulação de símbolos algébricos, tal como a generalização dos problemas propostos poderiam ser mais evidenciados nas questões. Observamos que faltou constar na prova uma solicitação para que o procedimento de resolução de cada questão constasse na folha de resposta da atividade, embora o professor tenha feito isso verbalmente. Possivelmente os alunos poderiam descrever o processo de resolução de cada questão, bem como generalizar tal procedimento, mas esta abordagem não foi solicitada na atividade e nem na sala de aula.

Em outra atividade para a turma de sétima série o professor elaborou as seguintes questões:

FIGURA 52: Atividade aplicada para turmas da 7ª série do professor Carlos, 2006.

Atividades de Matemática

1. A solução da equação $\frac{2}{x}+1=\frac{4}{x}$ é:
   a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

2. A solução da equação $\frac{1}{x}+\frac{1}{2}=\frac{5}{x}$ é:
   a) 5 b) 6 c) 7 d) 8 e) 9

3. A solução da equação $3=\frac{9}{x}+\frac{6}{x}$ é:
   a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

4. A solução da equação $2=\frac{x+2}{x}$ é:
   a) 0 b) 2 c) 4 d) 6 e) 8

5. A solução da equação $\frac{1}{2x}+\frac{3}{8}=\frac{2}{x}$ é:
   a) 0 b) 4 c) 5 d) 8 e) 10

Observamos que para a sétima série a educação algébrica está baseada no estudo dos polinômios e de equações, sendo que a parte de polinômios foi bem criticada pelo professor Carlos. Apesar das inquietações do professor, a lista de exercícios possivelmente foi elaborada sob inspiração das questões trazidas pelos LD. Segue
abaixo outra atividade aplicada:

Prefeitura Municipal de Vitória

Professor: Carlos

Atividade de Matemática

1. Determine os zeros das seguintes funções do 1º grau:
   a) $y = x - 3$
   b) $y = 2x - 8$
2. Verifique quais dos pontos abaixo pertencem à reta de equação $y = 3x + 1$
   a) A(2,7)
   b) B(1,0)
3. Represente graficamente as funções quadráticas abaixo:
   a) $y = x^2 - 4x + 1$
   b) $y = -x^2 + 1$
4. Qual é o vértice da parábola $y = 4 - x^2$?

FIGURA 53: Atividade aplicada para turmas da 8ª série do professor Carlos,2006.

Nessa atividade há questões relacionadas diretamente à álgebra e, portanto, necessitam do pensamento algébrico do aluno para serem resolvidas.

Em alguns momentos na pesquisa de campo pudemos dialogar com os professores Carlos e Ana juntos. Momentos estes que os professores denominaram debate pedagógico, pois segundo eles foram muito enriquecedores. Entendemos que nesses instantes os docentes puderam externar suas inquietações e perceberem que embora estejam na mesma escola e trabalhando com turmas de séries diferentes, sentem as mesmas dificuldades em suas ações pedagógicas. Compreendemos ainda que o planejamento dialógico com os professores na pesquisa foi de grande relevância, visto que proporcionou o fornecimento de elementos importantes para os professores que refletiram sobre suas ações pedagógicas em relação ao ensino da álgebra na sala de aula. Podemos dizer isto, porque segundo Fiorentini & Lorenzato (2006), a pesquisa

> [...] fornece elementos importantes que nos permitem compreender [a Educação matemática como uma prática social] e então transformá-la. Além disso, são as informações que nos levam a criar a desenvolver conhecimentos a partir da prática e nos impedem que inventemos explicações ou suposições irreais e totalmente imaginárias ou fantasmagóricas (p. 101).

Em alguns desses momentos os professores iniciaram uma discussão que a principio não faziam parte do que planejáramos, mas o fato de ser uma pesquisa semi-estruturada, porém norteada pelos pressupostos, objetivos e questões de investigação deu-nos autonomia para ouvirmos os sujeitos da pesquisa e inferirmos nos diálogos remetendo-os ao foco da pesquisa. Cabe aqui um parêntese para expor um dos debates que aconteceram com os professores Carlos e Ana juntos. A discussão que cito girou em torno do que ensinar para o aluno quando este nem ao menos sabe ler e escrever corretamente. Como ensinar os conteúdos sugeridos pelas diretrizes curriculares se os alunos não sabem fazer as quatro operações? O professor Carlos afirma que se ensinar, por exemplo, conteúdo de quinta série para alunos de sexta série o professor estará menosprezando as potencialidades ou outras habilidades do aluno. Ana complementa dizendo que, segundo o exemplo de Carlos, o professor deixaria de saber que outro conteúdo esse aluno pode dominar. Ou seja, descobrir e explorar as habilidades do aluno, por meio dos conteúdos ensinados. Segundo a professora, o discente poderá ainda desenvolver as habilidades que não domina por meio dos conteúdos e habilidades que já aprendeu. A partir daí Carlos informa que se muitas vezes o aluno, principalmente o da quinta série, mal sabe resolver as quatro operações, seria complicado o ensino da álgebra na sétima série. Observa ainda que nessa série há uma sobrecarga de conteúdos de álgebra que, segundo ele, não deveriam estar nessa série. Além disso, na concepção dos professores pesquisados o currículo de matemática deve ser revisto.

Em relação ao LD os professores Ana e Carlos comentam que, por exemplo, o LD de Imenes e Lellis de 1ª a 4ª séries reforça o ensino aritmético. Ou seja, as atividades propostas estão bem direcionadas ao ensino voltado para a aritmética por meio de seqüências numéricas e geométricas. Nesse diálogo interferimos dizendo que para Imenes, um dos autores que pesquisamos, o ensino da matemática nas primeiras séries do ensino fundamental de 1ª a 4ª séries é realizado com atividades que exploram padrões numéricos e geométricos, pois estas atividades possibilitam o desenvolvimento do pensamento algébrico do aluno. E diante dessa perspectiva do autor do livro didático, os professores indicaram que o LD de um mesmo autor deve ser adotado desde a primeira até a oitava série do ensino fundamental para que não haja ruptura no ensino de matemática, principalmente na passagem da quarta para a quinta série. O professor Carlos fez o seguinte comentário:

> A gente ensina equações simples, e depois da explicação passa exercícios. Os exercícios são de **A** a **D.** Quando chega na letra **e** colocamos frações nas equações e então o aluno mal entendeu o assunto e dizem que complicamos. Por outro lado, existia um livro didático de Andrini da edição anterior que dava um quantitativo grande de exercícios de algoritmos iguais e aí o aluno mecanizava. Igual quando usamos exemplos de balança em sala de aula. O aluno fica tentando, tentando. Mas quando passa o exercício mesmo ele se complica mais ainda, (Depoimento do professor Carlos, 2006).

A análise que fizemos mostra que o discurso dos dois professores encontra-se pautado no conteúdo, enraizado num currículo voltado para o currículo tradicional. As diretrizes curriculares das escolas municipais de Vitória sugerem que o eixo temático Campo Algébrico, bem como seus Objetivos Gerais/Conteúdos, seja iniciado na escola a partir da terceira série. Nesta série o professor deve objetivar "identificar e estabelecer padrões e regularidades" (anexos - PMV, 2005). No entanto os outros conteúdos são sugeridos principalmente na sétima e oitava série, reforçando a fala de Carlos.

Os professores evidenciam ainda a forte influência que o LD traz em suas concepções curriculares. A conclusão a que chegaram de adoção do manual didático de um mesmo autor em todas as séries e modalidades de ensino, a partir da primeira série do ensino fundamental, para garantir a continuidade de idéia indica que o LD e o discurso de seus autores exercem forte influência no currículo escolar. Embora os professores reconheçam que muitos conteúdos do LD carecem de maiores contextualizações, abordagens mais claras e linguagens menos densas, eles ainda utilizam o LD como primeiro recurso didático em sala de aula. Até mesmo as ditas inovações tecnológicas, como o laboratório de informática, são bem pouco utilizadas nas aulas de matemática. Além do mais, percebemos uma ausência da modelagem matemática na maioria das salas de aula. Referimos-nos à modelagem matemática quanto à caracterização de situações matemáticas de acordo com a realidade, de modo que se utilize a criatividade, a intuição, os instrumentos matemáticos para se chegar à solução de um problema e ainda ter senso lúdico para "jogar com as variáveis evolvidas no modelo matemático", como informa Maria Salett B. e Nelson Hein (2003, p. 11). Por exemplo, a resolução de problemas implicaria, em nosso entendimento, à modelagem matemática se a solução de um problema carecer de uma formulação matemática detalhada. Percebe-se que, em sua maioria, os currículos praticados na escola em relação ao ensino de matemática são dissociados do contexto e das modalidades de ensino, causando a ruptura na educação da disciplina. Muitas vezes essa ruptura acontece na passagem da quarta para quinta série, da oitava para o primeiro ano do ensino médio e do ensino médio para a faculdade. Os currículos estão normalmente dissociados/desconexos entre si e da realidade do aluno, faltando clareza dos objetivos.

Observamos ainda a ausência de exploração de um ambiente de inspiração lakatosiana[19] ou verdades provisórias em algumas salas de aula. Entendemos por ambiente de inspiração lakatosiana o ambiente formado na sala de aula em que o processo dialógico entre professor x aluno esteja presente e ambos se interajam construindo progressivamente seus conhecimentos. Tal ambiente é possível quando professor e aluno são protagonistas no ensino e aprendizagem na sala de aula e fora dela e não se contentam com respostas prontas, mas partem em busca da resposta. Segundo Antônio José Lopes (1999, p. 21), um ambiente de inspiração lakatosiana deve ter as seguintes características:

> facilitar o processo de conjecturação; promover um desenvolvimento sempre aberto; estimular provas e refutações; desenvolver uma postura flexível frente à certeza e, principalmente às incertezas; buscar um desenvolvimento lógico-dedutivo para todos; construir conhecimento desconhecido *a priori*; explorar situações que os alunos tenham condições cognitivas para compreender e enfrentar.

Embora tenhamos dito que há ausência desse ambiente em muitas salas de aulas, percebemos alguns elementos nas aulas dos professores pesquisados. Por exemplo, o estímulo a provas e refutações, a exploração de situações nas quais os alunos tenham condições cognitivas de entendê-las e resolvê-las e o desenvolvimento lógico–dedutivo. Para a aprendizagem da álgebra e para o desenvolvimento do pensamento algébrico do aluno é importante que esse tipo de ambiente exista, pois, segundo Lopes,

> facilita (privilegiando) a produção coletiva paralelamente à individual; o professor atua como maestro que interpreta e conduz, evitando transmitir; fomenta a autonomia acima da competência; desenvolve, privilegiando, o trabalho cooperativo; cria ambigüidade e conflito alternativo ao *status quo* das situações bem comportadas de final previsível (1999, p.21).

Essas interações são importantes para o ensino num todo e em especial na educação algébrica, pois a ausência de algumas dessas características pode gerar a falta de compreensão da linguagem simbólica utilizada na álgebra, causando bloqueios e dificuldades na aprendizagem algébrica.

Fiorentini e Lorenzato (2006) discutem sobre as vantagens e desvantagens das diversas formas de coletar os dados na pesquisa. Informam ainda que algo sempre pode escapar aos olhos do pesquisador por mais que sejamos atentos e cuidadosos. Tivemos vários cuidados enquanto pesquisamos, principalmente o de resgatar nos planejamentos as falas dos professores para que estes pudessem reler suas falas e nossas análises em relação ao que

[19] Referência ao Filósofo Matemático húngaro Imre Lakatos (1922 – 1974).

havíamos dialogado e os objetivos aos quais nos propomos. Desta feita os professores podiam inferir, alterar ou complementar as interpretações/análises dos diálogos. Ressaltamos que, mesmo tendo cautela, verificamos que, em nossa reanálise para a digitação dos estudos, alguns diálogos em que os professores fizeram questionamentos que a principio não tinham conexão com a pesquisa nos forneceram elementos relevantes quanto a postura, concepção e atitude dos professores frente à educação matemática e também à educação algébrica.

Quando Fiorentini e Lorenzato (2006) identificam a Educação Matemática como prática social, entendemos que seja uma prática que gera a transformação. O processo de reflexão é um ato que consideramos antecessor à ação transformadora. Para tanto, acreditamos que o processo interativo de diálogos e questionamentos de nossas ações pedagógicas em relação ao ensino de matemática que mantivemos com os professores durante aproximadamente sete meses possibilitou-nos analisar nossa própria prática. Bem como disseminar o processo de investigação da própria prática docente.

Nas discussões sobre a álgebra com a orientadora, questionamos sobre o conhecimento dos professores em relação ao que entendemos sobre álgebra retórica, sincopada e simbólica. Nossas indagações surgiram mediante análise da postura do professor em sala de aula em relação à educação algébrica. A compreensão dela é que os objetos da álgebra são aqueles que necessitam da utilização explícita de expressões algébricas, equações e da possibilidade de generalizar uma situação-problema. Diante disso, elaboramos o questionário abaixo para os professores. Segue aplicação do mesmo ao professor Carlos:

1. Como você reconhece ou o que sabe sobre álgebra retórica, simbólica e sincopada? Você observa em algum livro a álgebra escrita de alguma dessas formas?
Em toda minha vida acadêmica e profissional nunca antes havia me deparado com tais termos técnicos.

2. Ao longo do ano que atividades você fez em sala de aula que compreenda / entenda que desenvolveu o pensamento algébrico de seu aluno? E em que atividades você desenvolveu a questão do uso das letras como incógnitas e como variável?
Todas as atividades que proponho parto do principio de que se pretende descobrir um número (valor) que a principio não conheço, portanto tenho que representar esse número com uma letra poderia ser uma palavra, mas por simplicidade adoto uma letra. Daí é ler, debater, especular, analisar, propor, verificar e extrapolar.

3. Você usa em suas avaliações questões sugeridas pelo LD? Exemplifique.

Procuro sempre satisfazer a mente e o mercado. Como? Colocando em minhas avaliações questões que façam parte do cotidiano do aluno, usando palavras que ele conheça situações que tenha vivido; Contrabalanceado com questões mais técnicas (mais puras) fora da realidade da criança, mas que infelizmente, questões que farão parte de provas de CEFET-ES, UFES, e outras provas que servem para selecionar e classificar pessoas.

4. Que dificuldades você ainda percebe no ensino da álgebra?

Bons exemplos, bons exercícios. A literatura ainda é focada no modelo e na repetição. Os exemplos, as situações problemas estão muito longe de despertar o interesse de nossas crianças. O momento também não é o mais adequado, uma criança na 7ª série deve ser levada a descobrir os encantos dos números e não a amolação das letras. O ensino da álgebra como está hoje deveria ser feita no segundo grau, para o aluno com maior bagagem.

5. Nos Livros de álgebra que estudou na faculdade e mesmo os que você já viu parecem estar desenvolvendo o pensamento algébrico do aluno?

A grande *maioria trabalha o modelo e a repetição, uns colocam figuras outros colocam cores outros formas, histórias, mas no fundo são quase todos a mesma coisa. Ainda não encontrei um autor que apresentasse a álgebra de maneira clara e interessante para nossas crianças.*

Considerações:
Percebemos um caráter conformista tal como aborda Freitag (1995) na fala dos professores pesquisados quando o assunto é livro didático. Pois o LD didático exerce claramente influência na postura do professor em sala de aula. Embora o discurso dos professores pesquisados seja crítico a abordagem dos conteúdos em sala de aula, principalmente da álgebra refletem a abordagem do LD. As atividades propostas, mesmo sendo alvo de questionamentos em que os professores afirmam que têm que estar contextualizada na prática em sala de aula há pouca contextualização dessas atividades.

Em relação ao que os professores disseram sobre o ensino de 1ª a 4ª série, Jairo de Araújo Lopes (2000), em sua tese de doutorado, diz que

> Os professores de 1ª a 4ª série, principalmente, pela sua formação deficitária na área, porém, responsáveis pela alfabetização matemática, não conseguem perceber os graves erros conceituais em um livro didático. Como divulgou a revista Nova Escola, na edição de setembro de 1989, professores do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro desenvolveram, em 1988, junto ao Projeto Fundão, uma pesquisa no sentido de detectar falhas no ensino da Matemática. Optando por analisar os dezoitos livros mais utilizados pelos professores, segundo a FAE, verificaram que em treze deles havia erros ou proccedimentos que dificultavam a aprendizagem (p. 40).

No dia a dia, cada professor ensina matemática do seu jeito, estes jeitos são os caminho utilizados para se ensinar matemática. E cada qual difere pelas concepções que os professores têm. Cada um tem sua forma de ensinar, mas todos podem aprender novas formas. Professores têm questionado: que formas podem elaborar para que alunos aprendam mais? Uma das formas é por meio da resolução de problemas. E qual tipo de problema?

A história mostra que o conhecimento matemático foi, também, construído a partir da resolução de problemas práticos, por exemplo, repartição de renda, divisão de terras, a distância entre planetas etc. A forma de se resolver um problema é essencial para o desenvolvimento do pensamento matemático. E daí a resolução de problemas matemáticos é o ponto de partida para o aprendizado.

Ao resolver problemas, segundo a pedagoga Maria Tereza Peres Soares em entrevista cedida a TV Cultura e TV Escola[20], ressalta que “uma das questões que se tem claro é que o ensino e a aprendizagem da matemática tem como eixo a resolução de problema, ou seja, as crianças têm que ter questões a resolver”, em que eles têm que construir a solução.

No mesmo programa a professora da Universidade de São Paulo (USP), Maria Ignez Diniz, ressalva que “todo o desenvolvimento da resolução de problemas, foram eles a mola precursora para o desenvolvimento do pensar matemático”. Acrescenta ainda que trabalhar a resolução de problemas de forma mecânica seria uma forma de desperdício tempo e energia dos alunos. Problemas desafiadores, porém dentro da realidade do aluno, possibilitam desenvolvimento de conceitos e habilidades importantes para o pensar matemático.

Quando entregamos as atividades vimos se o aluno teve a preocupação de interpretar, de estabelecer estratégias na resolução das atividades e / ou problemas propostos e executar as

[20] Programa exibido pela TV Cultura / SP e TV Escola. Além disso, está disponível no site da biblioteca virtual da Universidade de São Paulo.

tarefas. Algumas atividades foram realizadas ou em dupla ou em grupo, além das desenvolvidas individualmente. E percebemos a importância do aluno compartilhar seus resultados, ou seja, promover uma discussão entre os colegas das formas de como eles desenvolveram os problemas. Pois, dessa forma os alunos ficam mais motivados em mostrar suas formas de pensar matemático. Nessa perspectiva de se motivar o aluno, incluímos a motivação trabalhando com o próprio erro do aluno. Ou seja, desenvolver seu pensamento matemático a partir do seu pensamento truncado ou até mesmo da assimilação equivocada ou a falta de conceitos matemáticos pelo aluno.

Alessandro Jacques Ribeiro (2001), em sua dissertação de mestrado intitulada *Analisando o desempenho o desempenho de alunos do Ensino Fundamental em Álgebra, com base nos dados do SARESP*, faz um estudo sobre os principais erros freqüentes que os alunos cometem na aprendizagem da álgebra. Sua pesquisa foi desenvolvida com alunos de 8ª série, tendo como um dos aportes teórico principais Kieran (1992). Durante a pesquisa utilizou como procedimentos metodológicos a aplicação de testes como ferramentas para constatar se aluno utiliza a álgebra estrutural e processual para resolver os problemas propostos na pesquisa. Ribeiro (2001) constatou que é preciso trabalhar as estratégias de aprendizagem para poder ter um resultado satisfatório. Ou seja, o professor ser um mediador dentro da sala de aula, propondo problemas estimulantes do raciocínio algébrico e intervindo no processo de desencadeamento de idéias. Este é um dos procedimentos que Ribeiro (2002) defende e concordamos que possibilita trabalhar o conhecimento algébrico do aluno evitando os erros freqüentes e trabalhando, também, a partir do erro.

A partir das análises dos discursos dos professores e de suas ações pedagógicas durante observações feitas nas salas de aula e em seus planejamentos caracterizamos algumas categorias:

1. concepção de álgebra;
2. concepção de educação algébrica;
3. visão dos professores sobre o LD em relação à abordagem da álgebra:
    a. visa desenvolver o pensamento algébrico
    b. visa apenas o ensino matemático
4. tipo de abordagem em sala de aula:
    a. voltada para visão tradicionalista de ensino
    b. voltada para a perspectiva progressista de ensino.

c. Seguem o livro didático.

Tabela de Categorias

Professores	Concepção de Álgebra	Concepção de pensamento algébrico	Visão dos professores em relação à abordagem algébrica no LD	Tipo de abordagem em sala de aula
Gabriela	Percebe o início da álgebra com a introdução das expressões algébricas	Habilidades de resolver equações.	Abordagens simplificadas da álgebra, sendo aprofundada gradativamente nas séries seguintes.	Reflete totalmente a abordagem trazida pelos LD, mesmo sendo criativa.
Ana	Percebe que o ensino da proporções já introduze a álgebra.	Pensar abstratamente, buscando encontrar o desconhecido através do conhecido.	O LD atende, porém é complementado com atividades de outros livros.	Busca a interdisciplinaridade, dialogar e percebe que o pensamento algébrico é trabalhado a partir das generalizações na matemática. Seja na proporção, seja em outros conteúdos e que é possível fazer isso.
Carlos	Letras que valem números	Trabalhar as letras como números.	Percebe que em alguns momentos o LD tradicional seria melhor.	Busca a praticidade mas sem a não de desenvolver o pensamento algébrico. Para ele isto acontece quando é inserido o estudo das

				equações e funções da álgebra.

TABELA 06 – Características dos professores.

Concordamos com Modanez (2003) que não é suficiente nós, professores, ensinarmos quais são as propriedades e estruturas algébricas. Só podemos garantir que os alunos entendam essas propriedades e estruturas se eles puderem percebê-las por si mesmas. Para isso, nós, professores, temos que elaborar e participar de atividades variadas em que se usam as estruturas algébricas e desenvolvam o raciocínio e pensamento algébrico do aluno. Além disso, o professor que em suas práticas pedagógicas promove reflexões sobre elas, (e estas estão imbuídas de conceitos, pré-conceitos, concepções de ensino, diferentes tipos de saber docente etc), estará também desenvolvendo sua identidade profissional.

Vimos, durante a pesquisa de campo, que inconscientemente o professor trabalha o pensamento algébrico do aluno em algumas de suas atividades. Mas o docente carece de conhecimento e didática em sua prática para saber lidar com as dificuldades que encontramos em nosso dia-a-dia. O saber docente é primordial e para isso Morin (2004) diz que

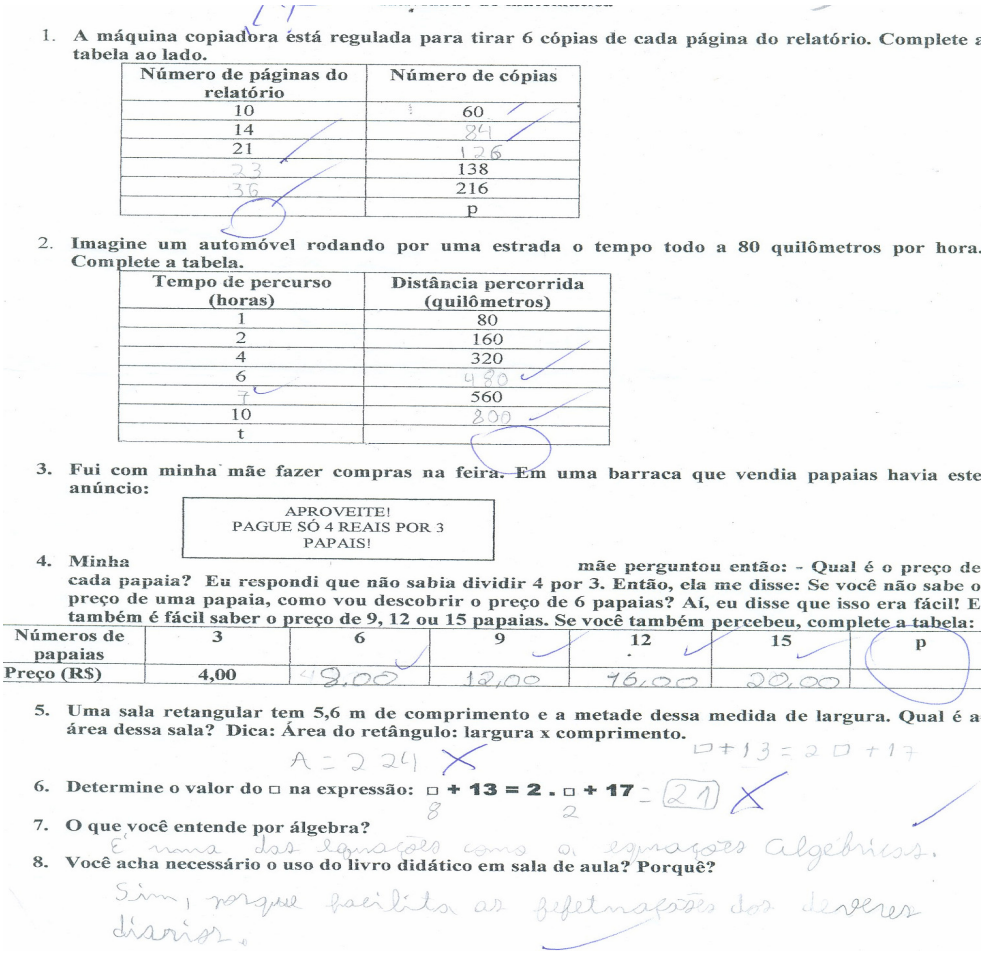
> Todo conhecimento constitui, ao mesmo tempo, uma tradução e uma reconstrução, a partir de sinais, signos, símbolos, sob a forma de representações, idéias, teorias, discursos. A organização dos conhecimentos é realizada em função de princípios e regras que não cabe analisar aqui; comporta operações de ligação (conjunção, inclusão, implicação) e de separação (diferenciação, oposição, seleção, exclusão). O processo é circular, passando da separação à ligação, da ligação à separação, e além disso, da análise à síntese da síntese à análise, Ou seja: o conhecimento comporta, ao mesmo tempo, separação e ligação, análise e síntese Morin (2004, p. 24).

5.1.4 O que os alunos dizem

Durante a pesquisa, observamos que durante a resolução dos diversos exercícios os alunos reagiam de várias formas: uns com entusiasmo, outros com lentidão, outros questionando, outros se recusando a resolver, outros calculando mentalmente e colocando somente a resposta e outros colocando no papel toda a metodologia de resolução dos exercícios. A primeira reclamação que há é que a matemática é muito difícil. Nota-se que a matemática é popularmente conhecida como uma disciplina difícil e por isso os que a dominam são sábios. Essa idéia de disciplina difícil vem junto com a idéia perpassada ao longo dos tempos do rigor da matemática. Concordamos com Paula Maria dos Reis Ferraz (2002, p. 60) quando afirma

que o rigor matemático[21] está baseado *na não aceitação das verdades óbvias, ou seja, na aprendizagem de conceitos de forma intuitiva.* Na realidade muitos alunos têm o sentimento de não aceitação da disciplina mesmo antes de estudá-la.

A atividade a seguir foi baseada na teoria de Lorenzato (2006) que afirma que o professor, no momento de ensinar, precisa aproveitar as vivências dos alunos. Além disso, algumas questões foram motivadas e retiradas do LD de Imenes & Leliis (2002) por conta da conversa que tivemos com Imenes na ocasião. A atividade a seguir é uma delas:



1. **A máquina copiadora está regulada para tirar 6 cópias de cada página do relatório. Complete a tabela ao lado.**

Número de páginas do relatório	Número de cópias
10	60
14	84
21	126
23	138
36	216
	p

2. **Imagine um automóvel rodando por uma estrada o tempo todo a 80 quilômetros por hora. Complete a tabela.**

Tempo de percurso (horas)	Distância percorrida (quilômetros)
1	80
2	160
4	320
6	480
7	560
10	800
t	

3. **Fui com minha mãe fazer compras na feira. Em uma barraca que vendia papaias havia este anúncio:**

APROVEITE!
PAGUE SÓ 4 REAIS POR 3 PAPAIS!

4. **Minha mãe perguntou então: - Qual é o preço de cada papaia? Eu respondi que não sabia dividir 4 por 3. Então, ela me disse: Se você não sabe o preço de uma papaia, como vou descobrir o preço de 6 papaias? Aí, eu disse que isso era fácil! E também é fácil saber o preço de 9, 12 ou 15 papaias. Se você também percebeu, complete a tabela:**

Números de papaias	3	6	9	12	15	p
Preço (R$)	4,00	8,00	12,00	16,00	20,00	

5. **Uma sala retangular tem 5,6 m de comprimento e a metade dessa medida de largura. Qual é a área dessa sala? Dica: Área do retângulo: largura x comprimento.**

A = 2 24

6. **Determine o valor do □ na expressão: □ + 13 = 2 . □ + 17**

□ + 13 = 2 □ + 17
8 2
21

7. **O que você entende por álgebra?**

É uma das equações como as equações algébricas.

8. **Você acha necessário o uso do livro didático em sala de aula? Porquê?**

Sim, porque facilita as efetuações dos deveres diários.

FIGURA 54: atividade aplicada aos alunos dos três professores pesquisados, novembro, 2006.

A partir de nossa observação e de todas as atividades aplicadas aos alunos destacamos duas categorias observadas nos alunos:

1. A concepção matemática do aluno;

[21] Nosso entendimento de rigor da matemática toma como base teórica Morris Kline (1976).

2. Sinalizações apontadas pelos alunos frente ao ensino da matemática.

Dentro de cada categoria subdividimos em outras:

1) Atitude frente ao ensino da álgebra:

   a) crítica positiva;
   b) crítica negativa.

2) Sinalizações apontadas pelos alunos frente ao ensino da álgebra
   a) em relação ao livro didático;
   b) em relação à álgebra;
   c) em relação ao pensamento algébrico.

A partir disso, percebemos que a maioria dos alunos têm uma postura crítica frente ao ensino da matemática. Não pudemos precisar quantitativamente em relação a critica negativa e positiva. Em relação ao LD eles acham, em sua maioria, essencial ao ensino, inclusive muitos disseram que isto facilita ao aluno em não copiar exercícios do quadro negro. Em relação à álgebra, muitos responderam que se trata de equações, outros quando vêem letras e uma pequena minoria não souberam responder. Sobre pensamento algébrico houve muitas especulações que ficaram distantes de se chegar à definição correta.

6 ANÁLISES DOS LIVROS DIDÁTICOS

6.1 DISCURSOS DOS AUTORES

> Falar em formação básica para a cidadania significa refletir sobre as condições humanas de sobrevivência, sobre a inserção das pessoas no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura e sobre o desenvolvimento da crítica e do posicionamento diante das questões sociais. Assim, é importante refletir a respeito da colaboração que a Matemática tem a oferecer com vistas à formação da cidadania. (Brasil p. 27).

Esta citação nos remete à reflexão que tivemos durante a pesquisa e ainda temos sobre a colaboração que a matemática oferece para a sociedade e formação da cidadania e com isso surgem como preocupação os meios e/ou recursos que são utilizados para o alcance dessa formação cidadã. A partir daí, vemos que o livro didático de matemática é um poderoso recurso didático utilizado pelos professores e alunos e que colabora com a educação matemática no que ela tem a oferecer para a formação da cidadania. É ele quem muitas vezes estabelece o

que ensinar. Ele interfere na formação do individuo, contribuindo para a sua formação cidadã. Isto porque encontramos em nossa realidade social, professores com formações deficitárias, com excesso de carga horária de trabalho, baixos salários, estressados e desmotivados. Os números da educação assustam. Entidades governamentais submetem alunos todos os anos a provas de proficiência principalmente de língua portuguesa e matemática tais como A PISA, A Prova Brasil, o SAEB, o ENEM e o PROVÃO. Os resultados mostram que a educação brasileira não vai bem. Uma das provas a que os estudantes são submetidos é de proficiência em matemática. E esta indica que os alunos não dominam os conhecimentos matemáticos necessários à série em que são submetidos a prova. Por exemplo: o SAEB (2003) indicou que no estado do Espírito Santo 50,8% dos alunos concludentes do ensino fundamental estão no estágio critico de proficiência em Matemática. Estágio Crítico é interpretado pelo MEC no sentido de que os alunos:

> desenvolveram algumas habilidades elementares de interpretação de problemas, mas não conseguem transpor o que está sendo pedido no enunciado para uma linguagem matemática específica, estando, portanto, muito aquém do exigido para a 8ª série. (Resolvem expressões com uma incógnita, mas não interpretam os dados de um problema fazendo uso de símbolos matemáticos específicos. Desconhecem as funções trigonométricas para a resolução de problemas) (Brasil, 2003).

Esta situação crítica não está somente no estado do Espírito Santo quando nos referimos ao Brasil estes números caem para 49,8% dos alunos brasileiros em estágio critico em proficiência em matemática. Várias são as causas apontadas pelos especialistas para esse fracasso educacional. Muitos debates têm se formado diante desses números da educação brasileira e algumas alternativas governamentais e não - governamentais são indicadas como soluções. Umas delas é a reformulação dos currículos das faculdades que preparam docentes. Outra indicação é trabalhar a práxis pedagógica dos docentes. Diante desta última hipótese que citamos pensamos em fatores que podem motivar o acentuado número crítico na proficiência da matemática. Um dos quadros que presenciamos atualmente é o excesso de trabalho dos docentes, os baixos salários, salas de aula lotadas e com uma grande heterogeneidade sociocultural de alunos. Diante desses muitos fatores que interferem no ser professor, da responsabilidade social da formação do sujeito e a inserção deste no mundo do trabalho, o professor então se questiona que na realidade o que ele deve ensinar? E como ele vai ensinar diante desses fatores?

Diante desses questionamentos o professor muitas vezes encontra no livro didático a prescrição do que precisa para remediar a situação. Ainda há carência de políticas de formação continuada que trabalhe ou auxilie os professores em suas práticas docentes. E os

conjuntos dessas carências podem validar e dar mais poderio ao LD, pois ele continua sendo o que suprir as necessidades dentro e fora da sala de aula. É ele quem na maioria das vezes decide o conteúdo a ser ensinado em sala de aula, formula os exercícios e problemas a serem resolvidos em sala de aula e nas avaliações e ainda orienta o professor por meio do manual didático ou apoio pedagógico. Dentro desta ótica e da responsabilidade de discutir e refletir sobre a colaboração da matemática na formação do cidadão é que chegamos à conclusão de que analisar a abordagem dos conteúdos de alguns livros didáticos nos daria condições de engendrar significados para a matemática na sala de aula e fora dela. Para tanto, em nossa pesquisa de campo percebemos que, além do livro didático, o seu autor, imbuído de concepções matemáticas interfere na prática docente. Por mais que as políticas de LD interfiram na elaboração, produção e divulgação do LD, o autor ainda consegue apoderar-se de seu discurso e transmiti-lo por meio desse veículo. Chegamos à conclusão de que o discurso do autor de LD de matemática está imbuído de sua concepção e conseqüentemente este discurso está presente nas práticas docentes.

6.1.1 Coleção Matemática Para Todos

(Autores: Imenes & Lellis)

Nossa pesquisa foca a análise da introdução do pensamento algébrico nos LD de matemática. No início da pesquisa, em 2005, pensávamos em trabalhar com os livros de sétima e oitava série. Mas enquanto estudávamos teorias referentes ao pensamento algébrico e quando entramos em contato com os autores de LD de matemática percebemos que a introdução do pensamento algébrico acontecia nas séries anteriores, culminando numa abordagem mais intensiva nas séries finais do ensino fundamental. A princípio nossa inquietação era ver a grande dificuldade que os alunos de sétima e oitava séries do ensino fundamental (séries finais) têm quando se deparam com as atividades algébricas, que são mais intensificadas nessas séries. Além disso, em nossas aulas de metodologia de pesquisa, na Universidade Federal do Espírito Santo, durante o mestrado, nos diálogos mantidos com a orientadora[22] e na pesquisa de campo tivemos a percepção de que as dificuldades no pensar algebricamente estavam nas séries anteriores e que se agravavam nas últimas séries do ensino fundamental. Esta percepção se confirmou quando fizemos a seguinte pergunta aos autores Imenes e Lellis[23], da coleção *Matemática para Todos:*

---

[22] A orientadora Vânia Maria Santos-Wagner em suas aulas de metodologia de pesquisa, elaborou um modelo de como fazer análise didática que utilizamos durante toda a pesquisa. Porém, o material ainda não foi publicado.

[23] As respostas foram enviadas pelo autor Imenes por e-mail e pessoalmente em visita a Vitória / ES.

- Gostaria de saber se os autores objetivam “trabalhar” a introdução do pensamento algébrico a partir do capítulo 11, do livro da 5ª série ou já consideram que em capítulos anteriores já têm esse objetivo?

Resposta: - (...) *iniciamos a construção do raciocínio algébrico já nas séries iniciais, explorando padrões numéricos e algébricos. É claro que a esmagadora maioria dos alunos, de escolas públicas e particulares, que toma contato com essa proposta somente na 5ª série, não teve essa vivência anterior.*

FIGURA 55: DIÁLOGO COM IMENES, JUNHO, 2006.

A resposta de Imenes nos ajudou a orientarmos os caminhos da análise. Logo nos debruçamos sobre os livros de 1ª a 4ª séries para analisarmos as atividades propostas e compará-las à fala do autor. Dentre as atividades de 1ª a 4ª séries indicadas como sendo as que, como diz o autor, iniciam a construção do raciocínio algébrico do aluno, selecionamos algumas para serem aplicadas às turmas pesquisadas. Porém antes, ressaltamos que Imenes, em nosso diálogo, fez indicações de onde, na coleção, ele percebe que está trabalhando com o desenvolvimento do pensamento algébrico do aluno. Além do mais, Imenes declara que não consegue ver um livro dissociado da coleção. E que a coleção dos LD de 5ª a 8ª série é a continuação da coleção de 1ª a 4ª séries. Por isso, em nossa pesquisa analisamos, também os livros da coleção Matemática para Todos de 1ª a 4ª séries, dos autores Imenes, Lellis e Milene.
Pesquisando sobre os LD tivemos acesso ao Guia do PNLD de matemática do ano de 2007 que faz análise dos LD.

Em nossos diálogos Imenes indica que lugares do LD considera estarem ligados à formação algébrica do aluno. O quadro abaixo faz essa indicação. Observemos que para o autor já se inicia desde a 1ª série, a abordagem algébrica, com atividades para desenvolver no aluno a percepção de padrões.

Volume	*Páginas ou capítulos*
1	*p. 22, 23, 72, 84, 85, 95, 167, 191, 192*
2	*p. 46, 47, 75, 129, 130, 132, 133, 157, 158, 161, 199, 208, 209, 223*
3	*p. 40, 41, 112, 148, 154, 169, 194, 214, 223*
4	*p. 40, 41, 84, 86, 87, 92*
5	*cap. 11,14*
6	*cap. 3,11,13*
7	*cap. 5, 6, 7, 11, 13*

8	*cap. 3, 6, 7, 10, 14*

TABELA 07: Indica as paginas em que se encontram atividades voltadas para a álgebra.

No Manual do Professor que acompanha toda a coleção, o autor faz as indicações de onde enfoca sobre a álgebra.

Volume	*Páginas*
1	*29, 44*
2	*32, 41*
3	*40, 41, 45*
4	*33, 37*
5	*43, 49 a 52*
6	*25 a 27, 45 a 47, 50 a 52*
7	*29 a 31, 50 a 53, 57 a 59*
8	*27 a 29, 35 a 38, 49 a 51, 61 e 62*

TABELA 08: Indica as paginas que se encontra acessória sobre álgebra

Em nossos diálogos, Imenes deixou claro sua ansiedade de interagir com o professor e buscar contribuições para que o LD esteja mais próximo da realidade do professor. Pois ele, como professor, sabe que, na realidade brasileira o docente tem que trabalhar em mais de um emprego para garantir seu sustento. Em relação ao ensino da álgebra, o autor deixa claro que sua concepção perpassa a idéia da álgebra enquanto linguagem que prepara o aluno para se expressar matematicamente e socialmente. Segundo ele, a álgebra é uma linguagem da matemática que serve para comunicar idéias e produzir significados. Diante disso, ele reconhece que a álgebra vem sendo abordada em seu LD a partir da primeira série e uma das formas é por meio de padrões numéricos e geométricos. Abordagem pela qual ele considera que pode ser iniciada a álgebra sem causar um estranhamento nos alunos.

6.1.2 Coleção Novo Praticando Matemática [atualizada]

(Autores Álvaro Andrini e Maria José Vasconcellos)

> O LD contribui para o processo de ensino-aprendizagem como mais um interlocutor que passa a dialogar como o professor e com o aluno. Nesse diálogo, tal texto é portador de uma perspectiva sobre o saber a ser estudado e sobre o modo de se conseguir aprendê-lo mais eficazmente (...), Brasil (2008, p. 09).

Tendo a mesma perspectiva que a apresentada na citação acima, tivemos a preocupação de olhar os conteúdos norteando-nos pelos objetivos e pelas questões de investigação. A escolha por analisarmos a coleção “Novo Praticando Matemática” foi, como já foi dito, devido ao fato de que os professores da pesquisa a adotaram. Segundo o Guia do PNLD 2008 (2007, p. 78) esta

coleção articula os diferentes significados de um mesmo conceito e ainda é perceptível o equilíbrio entre os conceitos, algoritmos e procedimentos de forma sistematizada.

Concordamos com o Guia do PNLD 2008 em que os livros da Coleção "Novo Praticando Matemática" são compostos de unidades, dedicadas a tópicos de um dos campos da matemática. Estes contêm uma explanação do assunto seguida de uma lista de exercícios. Cabe dizer que esta forma de explanação agradou aos professores da pesquisa. Por isso, Ana justifica que o livro atende a realidade escolar onde leciona e enquanto Carlos pensa que as seqüências poderiam ser mais extensas, justificando que para alguns conteúdos é necessário para ajudar no processo cognitivo do aluno.

Quanto à abordagem da álgebra, ela acontece explicitamente na sexta série por meio do conteúdo de "equações: letras e padrões, incógnitas, operações, modelo de balança, inequações: propriedades, resolução." No livro dessa série, o autor explica que a pré-álgebra é iniciada e notamos que é iniciada com uma grande sobrecarga de novas informações, codificações e simbologias para o aluno dessa série. Enquanto Imenes declara e nos indica que desde as séries iniciais já inicia a pré-álgebra, não encontramos tal afirmativa no LD "Novo Praticando Matemática". Mas os autores[24] justificam que não produziram LD de matemática voltados para as séries iniciais e consideram que os alunos já tenham iniciada a pré-álgebra. E por isso, quando os alunos se depararem com a álgebra, na sexta série, não terão tanto estranhamento. Antes porém, queremos considerar são concepções / entendimento de álgebra que os autores demonstram no LD. No Manual do Professor, Andrini & Vasconcellos (2002) nos fazem interpretar que a iniciação algébrica é feita a partir da 6ª série. Nessa série o autor inicia com noções do uso de símbolos na matemática, tais como letras e variáveis.

Os LD de Andrini & Vasconcellos (2002) iniciam a álgebra, conforme afirma Usiskin (1995 p. 9) levando em conta que "a álgebra da escola média tem a ver com a compreensão do significado das 'letras' e das operações que a envolvem. Algumas pessoas tem a concepção de que os alunos estão estudando álgebra quando manipulam variáveis pela primeira vez." Dentre os modelos que Usiskin (1995) cita destacamos a forma na qual o LD aborda que é por meio da equação, estabelecendo como relação o papel das letras como variáveis. Outra abordagem que marca a pré-álgebra na 6º série é a utilização da geometria como recurso da

[24] Colocamos no plural mesmo que as respostas de nossos questionamentos e os diálogos que mantivemos por e-mail tenham sido com a autora Maria José Vasconcellos. Porém, esta deixa claro que o outro autor tem ciência do diálogo e a fala da mesma está respaldada com o aval do autor Álvaro Andrini.

álgebra, qual seja, a utilização de padrões matemáticos e sua generalização. Os autores ressaltam que não elaboraram coleção de matemática de 1º a 4º série e que quando elaboram de 5º a 8º série partem do princípio que os alunos já têm conhecimento de álgebra. A análise do PNLD/2008 diz que há atenção à demasiado a abordagem de Equações quando se refere à distribuição de conteúdos.

Na primeira análise que fizemos da coleção, entendemos que os assuntos iniciais do LD da 5ª série ajudam no desenvolvimento do pensamento algébrico, pois são atividades que se referem a criar padrões numéricos e geométricos. Leila Modanez (2003) estuda a possibilidade de se desenvolver o pensamento algébrico por meio de atividades que levam a generalizar padrões matemáticos. A proposta de Modanez (2003) está baseada por Raymond Durval e compreende que as interações podem acontecer culminando na aprendizagem da álgebra se for trabalhado no aluno como se resolve uma seqüência numérica, bem como uma seqüência geométrica que culminam no entendimento do conceito de álgebra.

Concordamos com a avaliação do PNLD/2008 que "a abordagem da idéia de função no LD de Andrini & Vasconcellos (2002), já vem sendo tratada nos capítulos que abordam proporção, razão, porcentagem e construções de gráficos". E que essa metodologia contribui para o desenvolvimento do pensamento algébrico do aluno.

Analisamos que o autor valoriza o pensamento indutivo, no entanto percebemos que há a carência da abordagem da estatística, conteúdo que segundo Maher, Pace & Pancari (1995) pode ser aplicado no aprendizado da álgebra por meio da resolução de problemas. Segundo estes autores, podemos motivar os alunos no estudo da álgebra conectando diretamente o conteúdo matemático à realidade do aluno. Sendo assim, segundo Maher, Pace & Pancari (1995) a estatística fornece essa possibilidade.

Em conversa com Vasconcellos, a mesma ressalta que toma como base o ensino da matemática por meio da resolução de problemas por se tratar de uma metodologia que ajuda o aluno em seu raciocínio matemático. Além do mais, por meio disso consegue-se aplicar problemas voltados para o cotidiano do aluno.

Percebemos que com a criatividade do professor algumas das propostas contidas na coleção de LD de Andrini e Vasconcellos, por exemplo, quando abordam padrões numéricos e

geométricos podem ser trabalhadas em sala de aula, objetivando o desenvolvimento do pensamento algébrico do aluno.

É notório que não podemos esperar que o LD aborde tudo com detalhes, até mesmo porque seu discurso permeia a concepção que o autor tem sobre cada conteúdo curricular de matemática. Além disso, o LD atual perpassa a idéia de que tem que ser atrativo para o aluno e muitas vezes essa atratividade tem sido sinônimo de LD não denso de conteúdos.

De acordo com as análises feitas, bem como com as entrevistas realizadas na pesquisa aos autores dos LD adotados pela escola, percebemos algumas características:

1. discurso sobre álgebra
    a. confere com o discurso no LD
    b. difere do discurso no LD
2. abordagem da álgebra
    a. segundo o LD
    b. segundo o relato pessoal

Autores	**Discurso sobre a álgebra**		**Abordagem da álgebra**	
	Confere com o discurso no LD	**Difere do discurso no LD**	**Pelo LD**	**Pelo autor**
Andrini e Vasconcellos	Percebe a álgebra como resolução de problemas e isso consta no LD		Considera a álgebra como aritmética generalizada, com estrutura matemática, como manipulação de símbolos.	Deve ser feita por meio da resolução de problemas voltados para o cotidiano do aluno.
Imenes	Considera a álgebra como recurso utilizado para		Considera a álgebra como aritmética generalizada,	A álgebra para produzir significados deve ser

	comunicar idéias, a álgebra como linguagem e como resolução de problemas.		com estrutura matemática, como manipulação de símbolos e padrões e regularidades.	abordada com o intuito de desenvolver as competências de expressão na matemática.

TABELA 09: Característica dos LD e de seus autores.

De acordo com os diálogos que tivemos com os autores de LD e a análise de suas coleções, podemos concluir que: tanto no LD quanto nos discursos os autores evidenciam suas concepções algébricas. Em relação ao pensamento algébrico, seu conceito depende da concepção do autor. Por exemplo, se considerarmos que a álgebra inicia-se com a introdução de equações possivelmente concluiremos que o desenvolvimento do pensamento algébrico dá-se nesse momento. Percebemos esta postura na fala dos professores. A partir disso, podemos perceber que o entendimento do conceito de álgebra interfere diretamente na definição de pensamento algébrico. Vimos também que em todos LDs encontramos atividades que contribuem para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Vimos também que os LDs pesquisados têm uma abordagem que perpassa a idéia de progressão dos conteúdos. Ou seja, os conteúdos são retomados, a cada série, com maior profundidade. Queremos ressalvar que encontramos uma carência de atividades na quinta série que contribua com mais intensidade no desenvolvimento do pensamento algébrico do aluno, preparando-o para as séries seguintes.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Quando entrei no mestrado tinha como inquietação o ensino da álgebra e dúvidas quanto a suas aplicações no cotidiano. Percebi que o livro didático é um grande instrumento que veicula idéias e que estas são consideradas pelo professor como regras para o ensino. Minhas indagações foram explicitadas na motivação. Várias foram as discussões com o grupo de estudo da UFES em conjunto com as professoras sobre as vertentes que seguiria na elaboração do projeto de pesquisa. Muitos foram os questionamentos feitos pela orientadora e pela banca em relação ao estudo a que me propus, mas todos estes foram importantes para estabelecermos os critérios de escolha dos instrumentos utilizados com os professores, alunos e autores pesquisados. Estes foram importantíssimos no estudo. Iniciando no caminho da pesquisa, docentes, discentes e autores foram protagonistas e fizeram-me refletir diariamente

sobre o ato de docência. Aprendi a enxergar que o caminho para a melhoria do ensino da matemática está na possibilidade de o professor investigar a sua própria prática e ter a oportunidade de refletir em seus ensinamentos, de buscar direções, de aperfeiçoar seus conhecimentos matemáticos e de se inquietar frente ao ensino, a fim de que através da inquietação a mudança ou melhoria tenha possibilidade de acontecer.

Quanto ao ensino da álgebra, percebemos que professores e alunos seguem intuitivamente e involuntariamente o livro como regra de ensino, e embora existam educadores reflexivos e críticos, ainda há a prática mecânica quando o assunto é álgebra. Os sujeitos docentes pesquisados ainda reconhecem que o ensino da álgebra inicia–se em equações ou expressões algébricas e que o pensamento algébrico é trabalhado a partir desses conteúdos. Como desencadeadora desta pesquisa também tinha a mesma idéia. Mas ao longo dos sete meses de estudo em campo essa concepção algébrica foi redefinindo-se.

A entrevista com os autores foi de extrema importância para entender seus discursos nos LD. Estes evidencias que a álgebra, bem como o desenvolvimento do pensamento algébrico, inicia-se, conforme citamos, desde as séries iniciais (conforme Imenes e Lellis) e a partir do capítulo de expressões algébricas ou de equações (conforme Andrini e Vasconcellos). Os autores explicitaram suas idéias e intenções, contribuindo para que a interpretação dos conteúdos dos LD fosse a mais próxima da intenção dos autores. No caso do autor Imenes, este reconhece que a álgebra também tem como instrumento a geometria, cujas atividades de padrões e regularidades desenvolvem o pensamento algébrico do aluno a partir da terceira série do ensino fundamental.

Cabe salientar que os alunos dos professores pesquisados também tiveram sua participação. Foram eles que ajudaram a informar sobre a clareza dos instrumentos de pesquisa utilizados e se as ações pedagógicas dos professores diante do ensino da álgebra foram bem assimiladas e/ou aprendidas pelos alunos. Ficou evidenciado que muitos estudantes ainda têm uma atitude negativa diante do ensino da álgebra e que muitos manipulam os símbolos algébricos sem conceberem as propriedades operatórias e sem ter noção do que e para que estão manipulando. Além disso, há a necessidade de que o ensino da álgebra, assim como o desenvolvimento do pensamento algébrico do aluno pelo professor, seja iniciado desde as séries iniciais. Isso para que o aluno, ao chegar nas séries finais do ensino fundamental, não encontre tantas dificuldades no ensino da álgebra e na manipulação de símbolos da matemática e de suas propriedades algébricas.

Considero esta pesquisa como uma evidência de que o ensino e a aprendizagem da álgebra pode ser objeto de estudos futuros. Meu objetivo, ao escolher este tema, é proporcionar ao professor, principalmente, condições de refletir sobre suas ações pedagógicas no ensino da álgebra. Além disso, fazer com que o docente perceba que o desenvolvimento do pensamento algébrico do aluno deve ser explorado desde antes da quinta série do ensino fundamental, ou seja, a partir das séries iniciais, com atividades que abranjam padrões, regularidades, generalizações, fórmulas e estruturas algébricas.

Sabemos que o conhecimento matemático do professor é em sua maioria evidenciado pela formação acadêmica que teve. A licenciatura ainda está mais voltada para a matemática superior do que para a matemática que se ensina nas escolas de ensino fundamental e médio. Evidenciamos ainda que as aulas de prática de ensino, didática, dentre outras voltadas para a licenciatura encontram-se dissociadas do currículo da formação matemática. Mas esta pesquisa mostra que apesar disso o professor não deve ter uma atitude negativa e nem mesmo sinalizar que é normal que os alunos sintam dificuldades no ensino da álgebra.

Outra sugestão para trabalhos futuros é a investigação do ensino da álgebra em turmas de jovens e adultos, visto que no decorrer da pesquisa, a pedido do diretor de uma escola pública, aplicamos alguns exercícios para esse público, porém optamos por considerar apenas os dados das escolas municipais citadas na metodologia. Fizemos tal opção porque o Ensino de Jovens e Adultos (EJA) no Espírito Santo é regido por algumas especificidades legais enquanto modalidade de ensino e a política curricular é diferenciada da de outras modalidades.

Ao final da pesquisa os professores concluíram que é possível desenvolver o pensamento algébrico do aluno a partir das primeiras séries do ensino fundamental. Ademais, reforçam a idéia de que para amenizar as dificuldades, os estranhamentos, o medo e até mesmo o pânico causado pela álgebra quando abordada nas séries finais do ensino fundamental é necessária uma boa preparação acadêmica em matemática dos professores para o trabalho nas séries iniciais do ensino fundamental.

Outra possibilidade de estudos é a discussão sobre o currículo referente à temática Campo Algébrico no Ensino Fundamental, que segundo a opinião dos professores precisa ser revista. Pode-se investigar se o currículo da matemática no Espírito Santo referente à álgebra transpassa um currículo voltado para a educação bancária, tradicional ou não. Silva (2000),

quando se refere à grade curricular como construção social, referencia Marx, Weber e Durkheim conectando suas idéias à relação de poder que há na construção do processo curricular. Sendo assim, propor mudanças nas diretrizes ou organizações curriculares implicaria, de acordo com Silva, sugerir mudanças nos princípios do poder. Para tanto, precisaríamos de um estudo nos informe sobre tal fato em nosso Estado.

7.1 LIMITAÇÕES DO TRABALHO

Não pudemos inserir todos os dados que percebemos serem importantes, relativos às observações das aulas dos professores que fizemos ao longo dos sete meses. Os dados foram muitos, mas não tivemos tempo suficiente para inseri-los. Mas está a disposição para quem quiser ter acesso. Também não pudemos fazer as comparações entre os livros didáticos antigos com os livros atuais, conforme especificamos em nosso desejo e intuito inicial na metodologia deste trabalho.

Reservamos ainda este espaço para sugerir aos professores de matemática algumas atividades que podem auxiliar no desenvolvimento do pensamento algébrico do aluno.

A primeira atividade trata de aproveitar os conhecimentos de desenho geométrico, noções de ponto, reta e plano, polígonos e áreas de polígonos por meio da planta baixa arquitetônica. Numa seqüência de aulas os alunos aprenderam as noções de geometria plana e as de geometria espacial e aprenderem a noção de medidas e números decimais (sugestão de livro de atividades, vide ***Números:*** *linguagem universal*, organizado por Vânia M. P. dos Santos & Jovana F. de Resende (2002); ***Avaliação de aprendizagem e raciocínio em matemática:*** *métodos alternativos,* organizado por Vânia M. P. dos Santos (1997)) e áreas e perímetros.

Durante o processo de ensino do manuseio de régua, esquadro e o trabalho com a percepção espacial e motora dos alunos, uma das professoras pesquisadas ensinou-os a lidar com trena e escalas. Esse exercício abrange tanto o pensamento geométrico quanto o algébrico do estudante e leva-o a fazer conclusões algébricas para encontrar medidas que faltam no desenho. Seguem algumas atividades e exemplos que contribuem para o desenvolvimento do pensamento algébrico do aluno.

1 - A figura abaixo representa o exemplo de uma atividade dada pela professora, após falar dos conceitos e de suas aplicações com seus alunos.

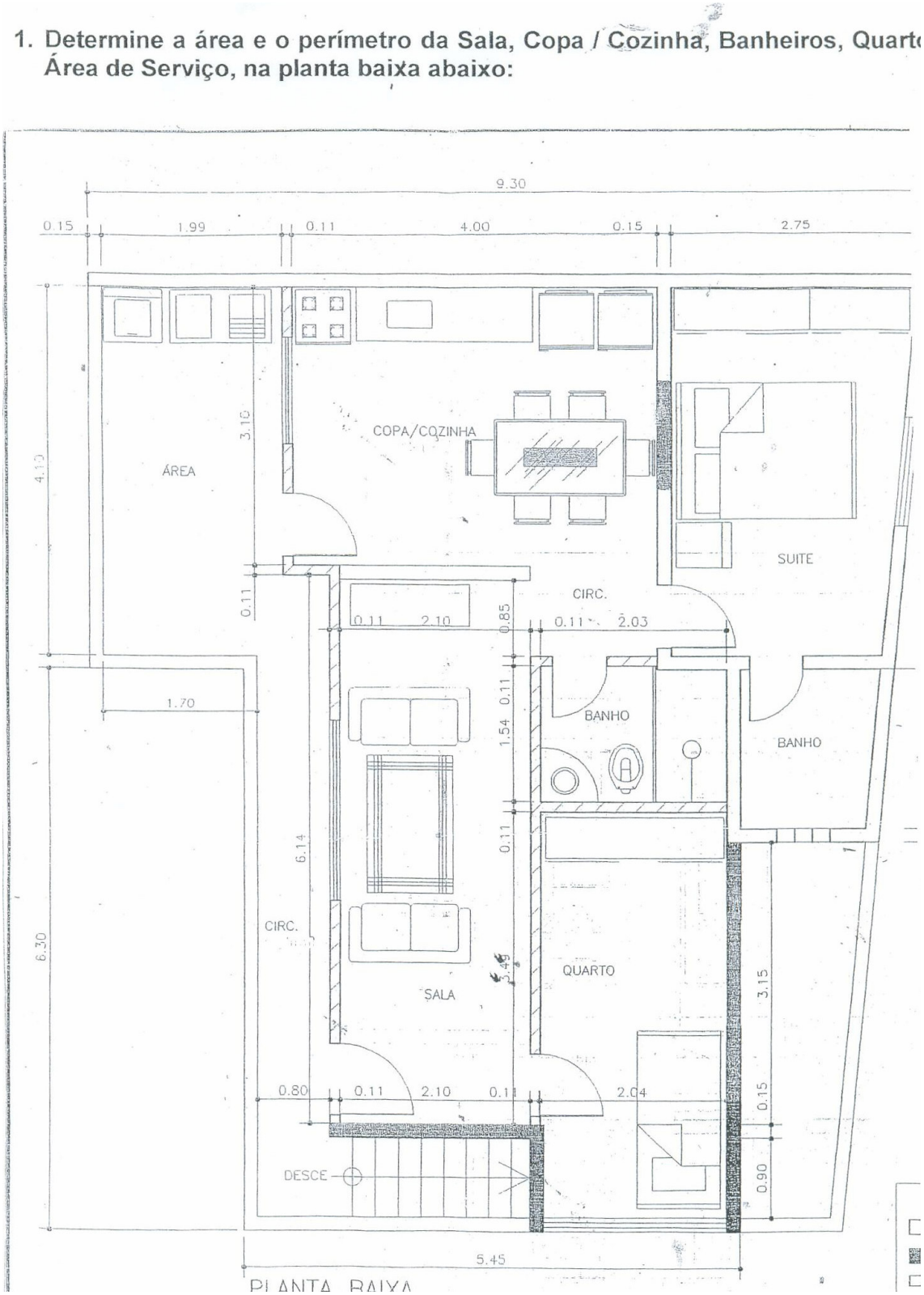
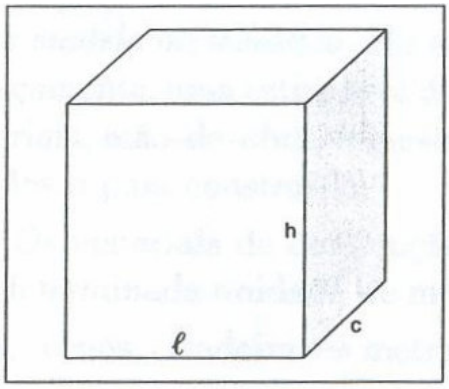


FIGURA 57: Atividade aplicada a uma turma de 7ª série do ensino fundamental. Fonte: arquivo pessoal.

2 - Exemplo utilizando a álgebra, sua compreensão intuitiva e a formalização por meio do uso de fórmulas juntamente com a aplicação da teoria das potências:



Se a caixa possuir 1 m de cada lado, tem-se: $1\text{ m} \times 1\text{ m} \times 1\text{ m} = 1^3\text{ m}^3 = 1\text{ m}^3$. Um cubo de 1 m de aresta tem como volume 1 metro cúbico. A medida de um sólido geométrico denomina-se volume. A unidade padrão de volume é o *metro cúbico* $\rightarrow \text{m}^3$.

Volume = largura × comprimento × altura
ou ainda

Volume = área da base × altura

$$V = \ell \times c \times h \quad \text{ou} \quad V = A_b \times h$$

Aqui você pode apresentar medidas como volume, capacidade e massa. E, a partir dessas operações, a noção de potenciação.

Para conduzi-los à relação: 1 litro = 1 dm³, proponha a montagem de uma caixa de isopor com 10 cm de aresta interna (dada a espessura do isopor).

FIGURA 58: Atividade aplicada a uma turma de 7ª e 8ª séries do ensino fundamental. Fonte: arquivo pessoal.

Outra sugestão é ensinar aos alunos de oitava série a noção de funções a partir da interpretação de notícias e dados estatísticos. O objetivo da aula consiste em trabalhar com construção do conceito de funções, a interpretação de informações tiradas do cotidiano do aluno (encontrado em jornais e revistas de grande circulação no Estado), conectá-las à formalização de funções e a elaboração de gráficos. Essa atividade desenvolve o pensamento algébrico e estatístico do aluno, possibilitando a interação entre esses campos de conhecimento. Encontramos os livros ***Construindo o conceito de Função***, Projeto Fundão, organizado por Lucia A. A. Tinico (2004); ***Tratamento da Informação:*** *Explorando dados estatísticos e noções de probabilidade a partir das séries iniciais,* ***Tratamento da Informação:*** *Atividades para o Ensino Básico* e ***Histórias para Introduzir Noções de Combinatória e de***

Probabilidade, os três do Projeto Fundão e organizados por Maria Laura M. L. Lopes (2005 e 2002 e 2004, respectivamente)que trazem esse tipo de proposta.

Seguem exemplos de “cadernos” de atividades que tratam da construção do conceito de funções de acordo com as perspectivas citadas.

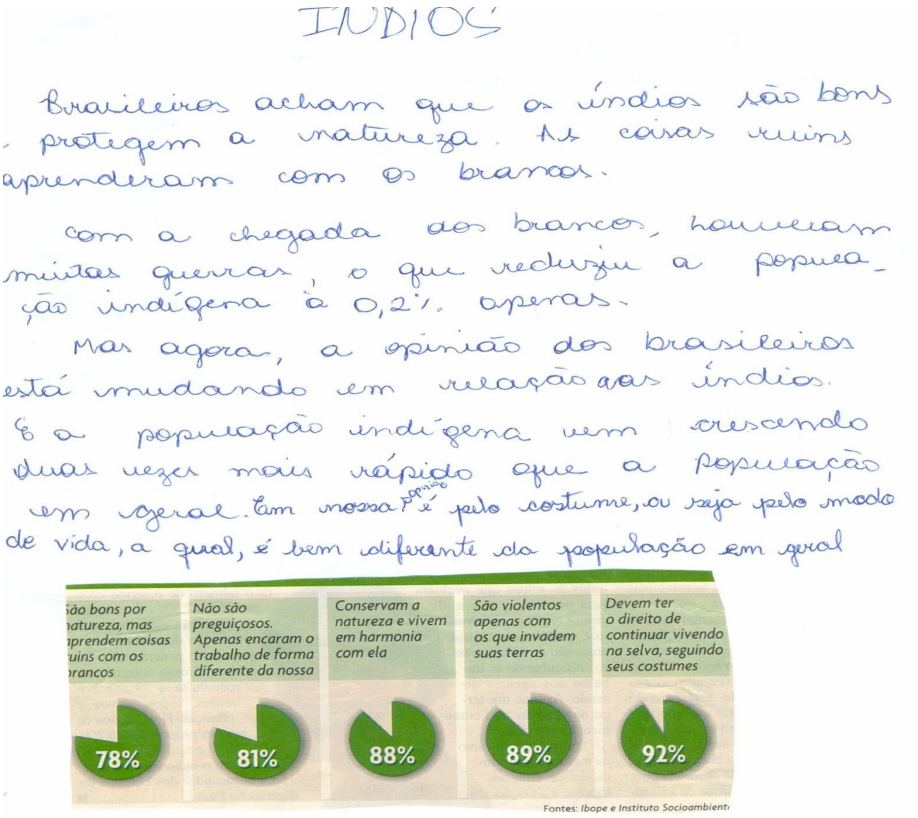

INDIOS
Brasileiros acham que os índios são bons protegem a natureza. As coisas ruins aprenderam com os brancos.
Com a chegada dos brancos, houveram muitas guerras, o que reduziu a popula-ção indígena à 0,2%. apenas.
Mas agora, a opinião dos brasileiros está mudando em relação aos índios.
E a população indígena vem crescendo duas vezes mais rápido que a população em geral. Em nossa opinião é pelo costume, ou seja pelo modo de vida, a qual, é bem diferente da população em geral
são bons por natureza, mas aprendem coisas ruins com os brancos
78%
Não são preguiçosos. Apenas encaram o trabalho de forma diferente da nossa
81%
Conservam a natureza e vivem em harmonia com ela
88%
São violentos apenas com os que invadem suas terras
89%
Devem ter o direito de continuar vivendo na selva, seguindo seus costumes
92%
Fontes: Ibope e Instituto Socioambient

FIGURA 59: Atividade aplicada a uma turma de 8ª séries do ensino fundamental. Fonte: arquivo pessoal.

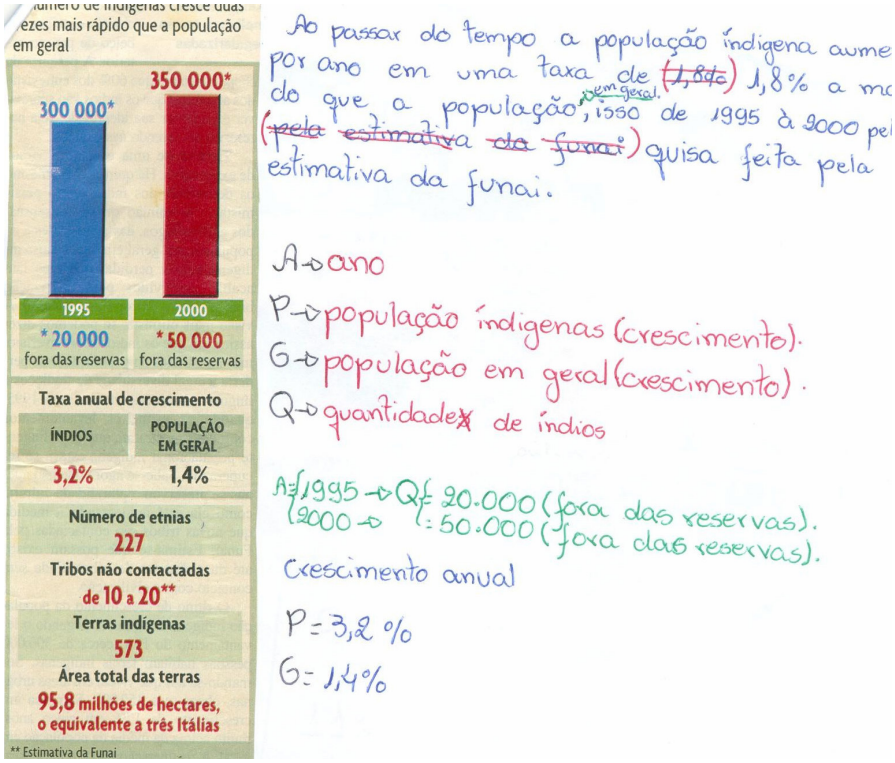


FIGURA 60: Atividade aplicada a uma turma de 8ª séries do ensino fundamental. Fonte: arquivo pessoal.

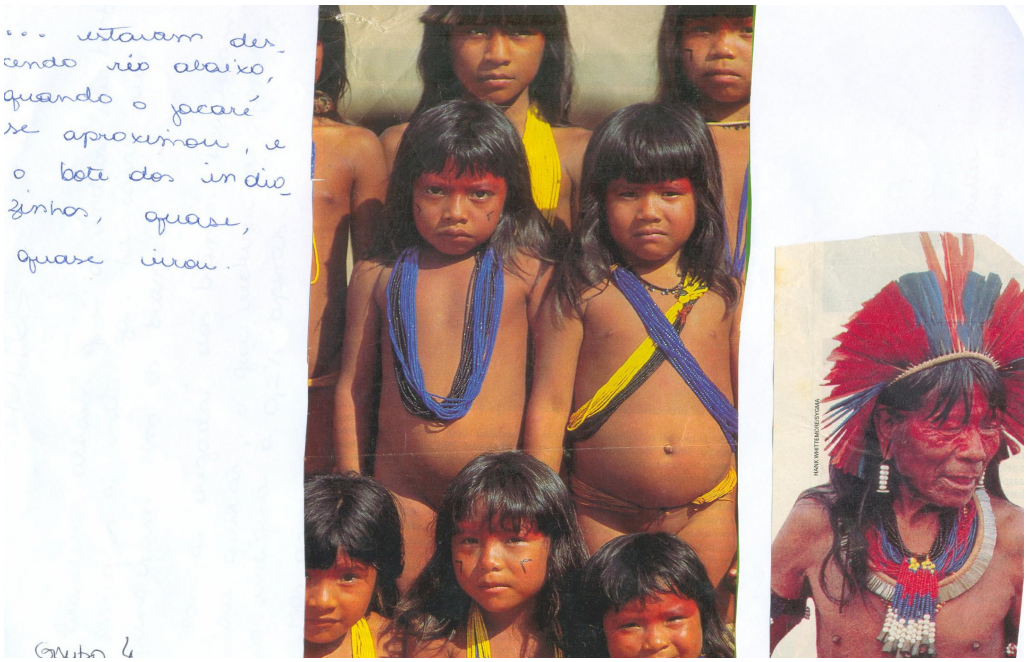


FIGURA 61: Atividade aplicada a uma turma de 8ª série do ensino fundamental. Fonte: arquivo pessoal.

Vale informar que a questão acima gerou a discussão do tema e conscientização sobra a exploração social dos índios, bem como o preconceito racial na ocasião.

Abaixo mostramos outra atividade relacionada à construção de gráficos a partir da interpretação de informações. Encontramos como sugestão de leitura para professores, pesquisadores e leitores em geral duas dissertações que tratam sobre o pensamento estatístico, intitulada ***Um Estudo sobre o Pensamento Estatístico:*** *Componentes e Habilidades (2006),* de Tula M. Rocha Morais e ***A Construção do Pensamento Estatístico:*** *Organização, Representação e Interpretação de Dados por Alunos da 5ª Série do Ensino Fundamental* (2007), de Michele Médici.

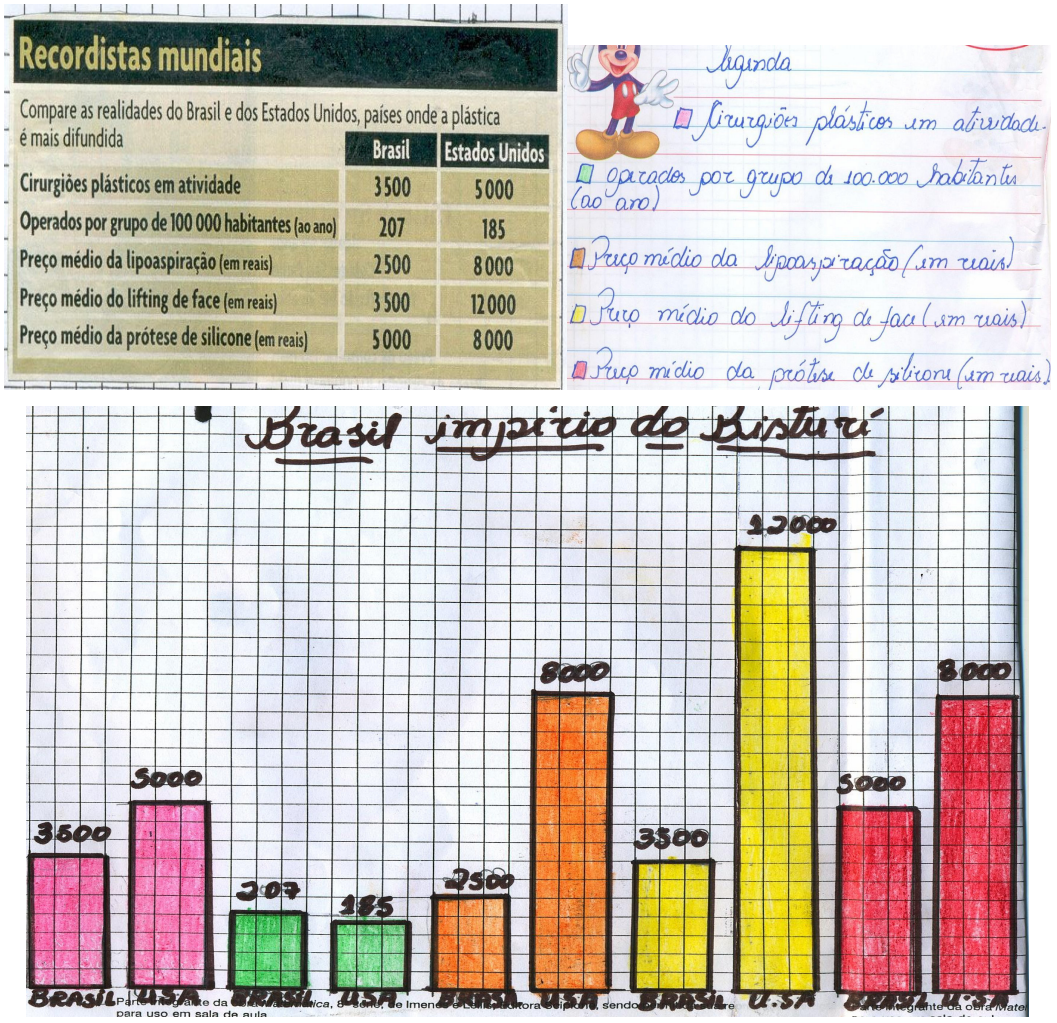


FIGURA 62 Atividade aplicada a alunos de 8ª série – construção de gráfico que interprete a notícia de uma revista.

Fonte: Arquivo pessoal.

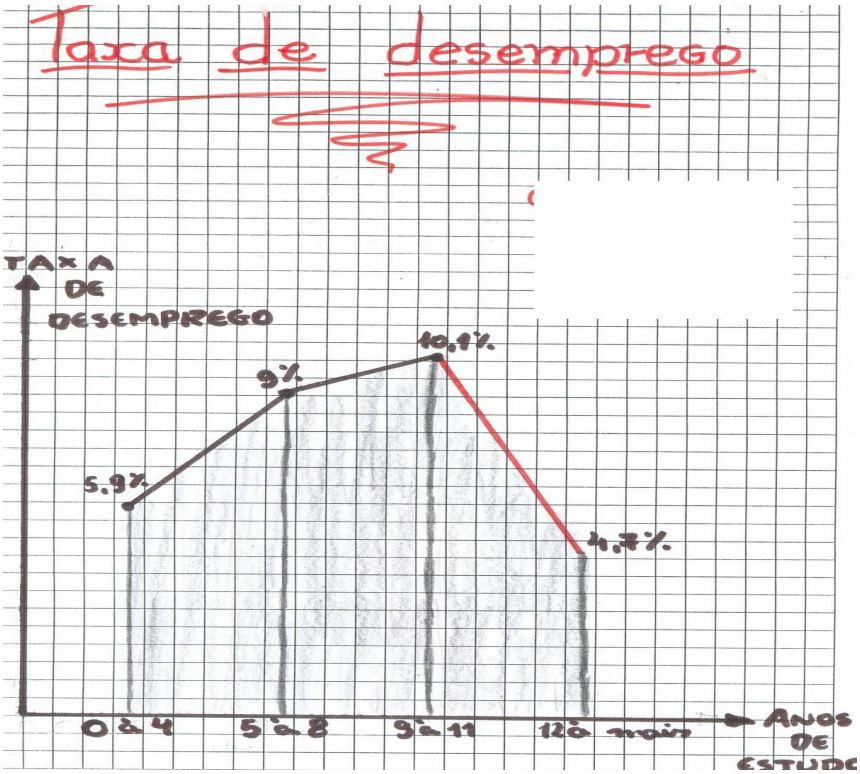


Figura 63: Representação gráfica a partida da interpretação deu ma notícia. Fonte: Arquivo pessoal

No trabalho abaixo os alunos leram uma reportagem sobre brasileiros que saem ilegalmente do Brasil, em busca de emprego e melhor oferta de ganho de dinheiro, e tentam entrar nos EUA, passando pelo México. Após a interpretação do texto os alunos construíram o gráfico de barras.

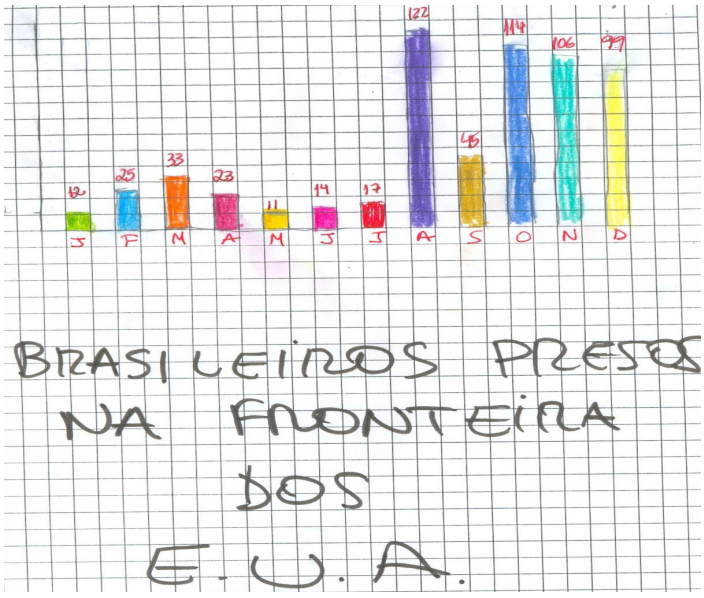


Figura 64: Construção de gráfico de barras para interpretar um texto. Fonte: arquivo pessoal

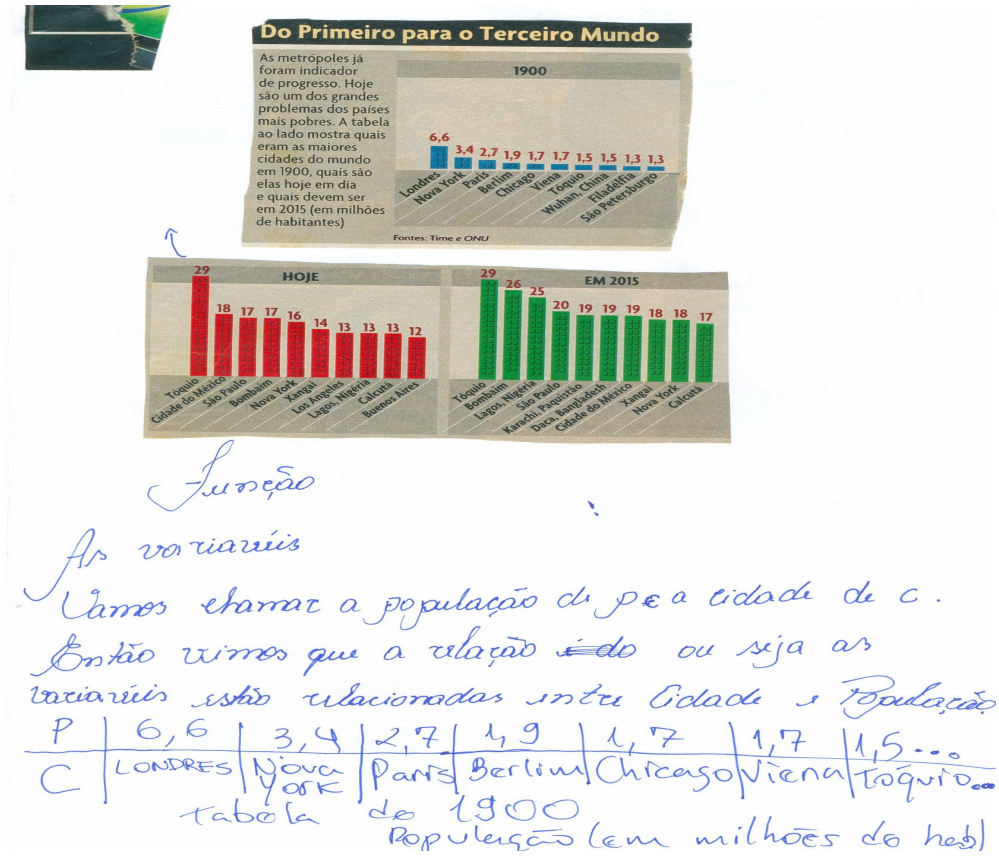

Do Primeiro para o Terceiro Mundo
As metrópoles já foram indicador de progresso. Hoje são um dos grandes problemas dos países mais pobres. A tabela ao lado mostra quais eram as maiores cidades do mundo em 1900, quais são elas hoje em dia e quais devem ser em 2015 (em milhões de habitantes)
1900
6,6 3,4 2,7 1,9 1,7 1,7 1,5 1,5 1,3 1,3
Londres Nova York Paris Berlim Chicago Viena Tóquio Wuhan, China Filadélfia São Petersburgo
Fontes: Time e ONU
HOJE
29 18 17 17 16 14 13 13 13 12
Tóquio Cidade do México São Paulo Bombaim Nova York Xangai Los Angeles Lagos, Nigéria Calcutá Buenos Aires
EM 2015
29 26 25 20 19 19 19 18 18 17
Tóquio Bombaim Lagos, Nigéria São Paulo Karachi, Paquistão Daca, Bangladesh Cidade do México Xangai Nova York Calcutá
Função
As variáveis
Vamos chamar a população de p e a cidade de c.
Então vimos que a relação ~~é~~ do ou seja as variáveis estão relacionadas entre Cidade e População
P | 6,6 | 3,4 | 2,7 | 1,9 | 1,7 | 1,7 | 1,5...
C | LONDRES | Nova York | Paris | Berlim | Chicago | Viena | Tóquio...
tabela de 1900
População (em milhões de hab)

Figura 65: Representação gráfica a partida da interpretação deu ma notícia. Fonte: arquivo Pessoal.

Dadas as sugestões, podemos concluir que o desenvolvimento do pensamento algébrico pode se dar a partir da introdução dos signos e simbologias utilizados na matemática, ou seja, com a introdução de números inteiros, a generalização de idéias matemáticas, proporções, números racionais, expressões algébricas, Equações, áreas e perímetros, funções e outros objetos da álgebra. Indicamos ainda a formação continuada e/ou curso que abranjam esses temas nas escolas.

Concluímos, então informando que quando na epígrafe do projeto de pesquisa colocamos a frase de Francis Bacon (1991, p.33) (“Não é empresa fácil transmitir ou explicar aquilo que por nós é proposto, pois o que é novo é sempre compreendido por analogia com o antigo”), referimo-nos às dificuldades naturais de se iniciar e continuar uma pesquisa. Iniciar no campo de investigação muitas vezes independe da garra, coragem e conhecimento do pesquisador, principalmente se este for iniciante. A complexidade do universo da pesquisa é algo indescritível. Mas qualquer obscuridade e complexidade ao final se tornam fatores que despertam no pesquisador a vontade de encontrar as respostas de suas indagações iniciais e geradas durante os estudos. Pesquisar sobre este assunto me causou todas as angústias e aflições que um pesquisador tende a passar, mas o trabalho final é produto gratificante, por

mais simplório que pareça. É resultado de árduos momentos de busca, bloqueios e insistências.

8 REFERÊNCIAS

ANDRINI, Álvaro & VASCONCELOS, Maria José. **Novo Praticando matemática** – manual do professor (Coleção atualizada), 7ª série. São Paulo: Editora do Brasil, 2002.

ARAÚJO, Elizabeth Adorno de. **Contextualização do Ensino da Álgebra e Formação de professores.** *In*: Anais do VII Encontro Paulista de educação de matemática. São Paulo: USP, 2004. v. 1.

ARCAVI, Abraham. **Álgebra, História, Representação**. Rio de Janeiro: USU/GEPEM (Série reflexões em educação matemática), v. 2, ANO.

BACON, Francis. ***Novum organum*.** Livro I. Porto: Rés-Editora, 1991.

BEHR, Merlyn J.; LESH, Richard & POST, Thomas R.. **A proporcionalidade e o desenvolvimento de noções pré-álgebra**. *In:* COXFORD, Arthur F. & SHULTE, Albert P.(org.). **As idéias da álgebra**. *The National Council os Teachers of Mathematics*. Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995.

BEKKEN, Otto B.. **Equações de Ahmes até Abel**. Tradução: José Paulo Q. Carneiro. Rio de Janeiro: USU/GEPEM, 1994.

BICUDO, Maria Aparecida V. (org.). **Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: UNESP (Seminários & debates), 1999.

BIEMBENGUT, Maria Salett & HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino.** São Paulo: Contexto, 2003.

BITTENCOURT, Circe M. F. **Livro didático e conhecimento histórico:** uma história do saber escolar. Tese (Doutorado). São Paulo: USP, 1993.

BOOTH, Lesley R. **Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra** (Artigo). *In:* COXFORD, Arthur F. & SHULTE, Albert P.. **As idéias da álgebra**. *The National Council os Teachers of Mathematics*. Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995.

BOYER, Carl B. **História da matemática.** Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo: Edgardf Blücher, 2. ed., 1996.

BRASIL. Diretrizes Curriculares Nacionais: Educação Básica. Ensino Fundamental. Brasília: MEC/Conselho Nacional de Educação, 2001.

_____. Guia dos Livros Didáticos PNLD 2008. Anos finais do Ensino Fundamental: Matemática. Brasília: MEC, 2007.

_____. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Lei nº 9394/1996.

_____. **Números da educação no Brasil.** Notas: Saeb**.** Brasília: MEC/INEP, 2003.

_____. **Parâmetros Curriculares Nacionais** (Ensino médio): Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC/SEF, 1998.

_____. **Parâmetros Curriculares Nacionais** (Ensino médio): Ciências humanas e suas tecnologias. Brasília: MEC/SEF, 1998.

_____. **Parâmetros Curriculares Nacionais** (Ensino médio): Linguagens, códigos e suas tecnologias. Brasília: MEC/SEF, 1998.

_____. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Secretaria de educação fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

_____. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Terceiro e quarto ciclos: apresentação dos temas transversais. Secretaria de educação fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

_____. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Terceiro e quarto ciclos: introdução aos parâmetros curriculares nacionais. Secretaria de educação fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

_____. **Salto para o futuro**: um olhar sobre a escola (Série de estudos – Educação a distância). Brasília: Ministério da Educação, Seed, 2000.

BROCK, Colin & SCHWARTZMAN, Simon (orgs.). **Os desafios da educação no Brasil**. Tradução: Ricardo Silveira. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2005.

CARRAHER, David William; CARRAHER, Terezinha Nunes & SCHLIEMANN, Analúcia Dias. **Na vida, dez; na escola, zero**: os contextos culturais da aprendizagem da matemática (Artigo). *In*: Caderno de Pesquisa. São Paulo, agosto de 1982.

CARRAHER, Terezinha Nunes (org.). **Aprender pensando: contribuições da psicologia cognitiva para a educação**. Petrópolis: Vozes, 7. ed., 1992.

CARVALHO, Anna M. Pessoa de. & PEREZ, Daniel Gil. **O saber e o saber fazer do professor.** (Artigo). *In.:* CASTRO, Amelia Domingues de & CARVALHO, Anna Maria P. de (orgs.). **Ensinar a ensinar**: didática para a escola fundamental e média. São Paulo: Thomsom, p. 107-124, 2005.

CASTRO, Amelia Domingues de & CARVALHO, Anna Maria P. de (orgs.). **Ensinar a ensinar**: didática para a escola fundamental e média. São Paulo: Thomsom, 2005.

CHALOUH, Louise. **Ensinando expressões algébricas de maneira significativa**. (Artigo). *In:* COXFORD, Arthur F. & SHULTE, Albert P.(org.). **As idéias da álgebra**. *The National Council os Teachers of Mathematics*. Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995.

COSTA, M. J**. A álgebra nos seus primórdios***.* Educação & Matemática: Revista da associação de professores de matemática, nº 85, p. 23-29, nov-dez. Lisboa: Torriana, 2005.

COXFORD, Arthur E. & SHULTE, Albert P. **As idéias da Álgebra.** *The National Council os Teachers of Mathematics*. Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995.
CUADRA, Francisco Gil & ROMERO, Luis Rico. ***Concepciones y creencias del profesorado de secundaria sobre enseñanza y aprendizaje de lãs matemátics****. In*: Revista *Enseñanza de las ciencias* , 21 (1), 2003. p. 27-47.

D`AMBROSIO**,** Ubiratan. **Educação matemática**: da teoria à prática. Campinas/SP: Papirus (Coleção Perspectivas em educação matemática), 1996.

DANILUK, Ocsana. **Alfabetização matemática:** as primeiras manifestações da escrita infantil. Porto Alegre, Passo Fundo: Sulina, 2. ed, 2002.

DANTE, Luiz Roberto. **Livro didático de matemática:** uso ou abuso?. Brasília: MEC/INEP, v. 16, nº 69, jan/mar, 1996.

_____. **Tudo é matemática** - livro do professor. São Paulo: Ática (Coleção ensino fundamental), 2. ed., 2005.

DEMANA, Franklin & LEITZEL, Joan. **Estabelecendo conceitos fundamentais através da resolução de problemas numéricos**. (Artigo). *In:* COXFORD, Arthur F. & SHULTE, Albert P.. **As idéias da álgebra**. *The National Council os Teachers of Mathematics*. Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995.

DOMENICO, Luiz Carlos de. **Matemática.** 8ª série. Curitiba: Arco-Íris, 2. ed., 1991.

DUTRA, Fábio Corrêa. ***Geometría como instrumento del álgebra***. *In*: Educação matemática, v. 8, nº 3, *diciembre* 1996.

EYLON, Bat Sheva; BRUCKHEIMER, Maxim & MARKOVITS, Zvia. **Dificuldades dos alunos com o conceito de função**. (Artigo). *In:* COXFORD, Arthur F. & SHULTE, Albert P.. **As idéias da álgebra**. *The National Council os Teachers of Mathematics*. Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995.

ESTEBAN, Maria Teresa (org.). **Escola, currículo e avaliação**. São Paulo: Cortez, 2. ed., v. 5 (Série Cultura, memória e currículo), 2005.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas/SP: Unicamp, 2004.

FALCÃO, Jorge Tarcísio da Rocha. ***Lenguaje algebraico:*** *um enfoque psicológico* (Monografia). *Uno Revista de didática de lãs matemáticas*, nº 14, octubre 1997.

FERRAZ, Paula Maria dos Reis. **A Contextualização dos conteúdos em Livros Didáticos de matemática do ensino fundamental:** uma análise comparativa. Dissertação (Mestrado). Vitória: UFES, 2002.

FIORENTINI, Dario & LORENZATO, Sérgio. **Investigação em educação matemática:** percursos teóricos e metodológicos. Campinas/SP: Autores Associados, 2006.

FRAGA, Sandra Aparecida. **Um estudo sobre triângulos em livros didáticos a partir do movimento da matemática moderna.** 2004. Dissertação (Mestrado) – UFES, Vitória, 2004.

FREIRE, Paulo. **A pedagogia da esperança:** um reencontro da pedagogia do oprimido. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1992.

FREITAG, Bárbara; COSTA, Wanderly F. da & MOTTA, Valéria R. **O livro didático em questão.** 3 ed. São Paulo: Cortez, 1997.

FREITAS, José Luiz Magalhães de. **Registros de representações na produção de provas na passagem da aritmética para a álgebra.** *In:* MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.). **Aprendizagem em matemática**: registros de representação semiótica. Campinas/SP: Papirus, 2003.

GADOTTI, Moacir & ROMÃO, José Eustáquio. **Autonomia da escola:** princípios e propostas. São Paulo: Cortez, 6. ed., 2004.

GARBI, Gilberto Geraldo. **O romance das equações algébricas**: a história da álgebra. São Paulo: Makron Books, 1997.

GIOVANNI, José Ruy & CASTRUCCI, Benedito. **A Conquista da matemática,** 1º grau. São Paulo: FTD, v. 4., 1985.

GIOVANNI, José Ruy; BONJORNO, José Roberto; GIOVANNI JR, José Ruy. **Matemática fundamental**. São Paulo: FTD, 1994. Volume único (2º grau).

GONTIJO, Cláudia Maria Mendes & LEITE, Sérgio Antônio da Silva. **A escrita como recurso mnemônico na fase inicial de alfabetização escolar**: uma análise histórico-cultural (Artigo). *In*: **Educação & Sociedade**: revista quadridimensional de ciência da educação/Centro de educação e sociedade (CEDES), nº 78, Campinas: CEDES, 2002.

HELMER, Hiury. **Equações do segundo grau:** métodos de resolução e análise em livros didáticos antes e durante o movimento da matemática moderna**.** Dissertação (Mestrado). Vitória: UFES, 2005.

HOUSE, Peggy A.. **Reformular a álgebra da escola média**: por que e como? (Artigo). *In:* COXFORD, Arthur F. & SHULTE, Albert P.. **As idéias da álgebra**. *The National Council os Teachers of Mathematics*. Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995.

IEZZI, Gelson; *et al*. **Matemática.** 2º grau. São Paulo/SP: Atual, 8. ed., 1990.

IMENES, Luiz Marcio & LELLIS, Marcelo. **Matemática para Todos:** 5ª à 8ª séries**.** São Paulo: Scipione (Coleção Ensino Fundamental), 2006.

IMENES, Luiz Marcio; LELLIS, Marcelo & MILANI, Estela. **Matemática para Todos:** Séries Iniciais**.** São Paulo: Scipione (Coleção Ensino Fundamental), 2004.

_____. **Os números na história da civilização.** Coleção Vivendo a Matemática. São Paulo: Scipione, 1999.

KIERAN, Carolyn. **Duas abordagens diferentes entre os principiantes em álgebra**. (Artigo). *In:* COXFORD, Arthur F. & SHULTE, Albert P.. **As idéias da álgebra**. *The National Council os Teachers of Mathematics*. Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995.

_____. ***The learning and teaching of school algebra*** (Artigo). *In: Handbook of research on mathematics teaching and learning*. Ed: Douglas A. Grouws. New York: Macmillan, 1992. p. 390-419.

KILPATRICK, Jeremy; BISHOP, Alan J.; CLEMENT, Ken *et al*. ***Designing curricula for teaching and learning algebra.*** *In: International handbook of mathematics educations*. Dordrecht, the Netherlands: Kluwer, 1996, p. 139-160.

KLINE, Morris. **O fracasso da matemática moderna**. Tradução: Leonidas Gontijo de Carvalho. São Paulo: IBRASA, 1976.

LAISANT, Charles. **Iniciação Matemática.** ***In:*** IV biblioteca de Educação Racional. Tradução: Henrique Shindler. Lisboa: Guimarães & Cª, 2. ed, 1919.

LAJOLO, Marisa. **Livro didático:** um (quase) manual de usuário**.** Brasília: MEC/INEP, v.16, nº 69, jan/mar, 1996.

LIMA, Elon Lages. **Álgebra Linear**. Rio de Janeiro: IMPA/CNPQ, 1996.

LINHARES, Célia Frazão. **Múltiplos sujeitos da educação: a produção de sujeitos e subjetividades de professores e estudantes.** (artigo). *In.:* CANDAU, Vera Maria (org.). **Ensinar e aprender: sujeitos, saberes e pesquisa.** Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino (ENDIPE). Rio de Janeiro: DP&A, 2002.

LINS, Rômulo Campos. **Matemática, Monstros, Significados e Educação Matemática**. *In:* BICUDO, Maria, A. V. & BORBA, Marcelo de C. (orgs.). **Educação Matemática**: Pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004.

LINS, Rômulo Campos & GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI.** Campinas/SP: Papirus, 1997.

LOPES, Antônio José. **Gestão de interações e produção de conhecimento matemático em um ambiente de inspiração lakatosiana.** Educação Matemática em Revista, ano 06, nº 07, 1999. p. 19-26.

LOPES, Jairo de Araújo. **Livro didático de matemática:** concepção, seleção e possibilidades frente a descritores de análise e tendências em educação matemática. Tese (Doutorado). Campinas/SP: Universidade Estadual de Campinas - Faculdade de Educação, 2000.

LOPES, Maria Laura Mouzinho L. (coord.). **Histórias para introduzir noções combinatórias e probabilidade**. Rio de Janeiro: UFRJ/IM – Projeto Fundão, 2004.

_____. (coord.). **Tratamento da informação**: atividades para o ensino básico. Rio de Janeiro: UFRJ/IM – Projeto Fundão, 2002.

_____. (coord.). **Tratamento da informação**: explorando dados estatísticos e noções de probabilidade a partir das séries iniciais. Rio de Janeiro: UFRJ/IM – Projeto Fundão, 2002.

LORENZATO, Sérgio. **Para aprender matemática**. Campinas/SP: Autores Associados (Coleção Formação de professores), 2006.

LORENZATO, Sérgio & VILA, Maria do Carmo. **Século XXI: qual matemática é recomendada?**: A posição do "The National Council of supervisors of mathematics" (Artigo). Revista Zetetiké, ano I, nº 1, 1993.

LURIA, Alexander Romanovich. **O desenvolvimento da escrita na criança.** (artigo) *In.:* VIGOTSKII, Lev S.; LURIA, Alexander R. & LEONTIEV, Alex N. trad. Maria da Penha Villalobos. São Paulo: Ícone, 2001.

MACHADO**,** Nilson José. **Sobre Livros Didáticos:** quatro pontos. *In:* Revista Em aberto. Brasília: MEC. v. 16, nº 69, jan/mar, 1996. p. 22-29.

MAHER, Carolyn A.; PACE, Jhon P. & PANCARI, John. **Interpretando aplicações da estatística no aprendizado de álgebra pela resolução de problemas** (Artigo). *In:* COXFORD, Arthur F. & SHULTE, Albert P.. **As idéias da álgebra**. *The National Council os Teachers of Mathematics*. Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995.

MATOS, Ana; BRANCO, Neusa & PONTE, João Pedro da. **Como vai o pensamento algébrico dos alunos?** *In:* Educação & Matemática: Revista da Associação de professores de matemática. Lisboa: Torriana, nº 85, nov-dez. 2005. p. 54-60.

MIGUEL, Antonio. **As potencialidades pedagógicas da história da matemática em questão**: argumentos reforçadores e questionadores (Artigo). *In*: Revista Zetetiké – CEMPEM – FE/UNICAMP, v. 5, nº 8 – jul/dez de 1997.

MIORIM, Maria Ângela. **Introdução à história da educação matemática**. São Paulo: Atual, 1998.

MIORIM, Maria Ângela; MIGUEL, Antônio & FIORENTINI, Dario. **Ressonâncias e dissonâncias do movimento pendular entre álgebra e geometria no currículo escolar brasileiro.** *In:* Revista Zetetiké. ano 1, nº 1, 1993. p. 19-93.

MODANEZ, Leila. **Das seqüências de padrões geométricos à introdução ao pensamento algébrico**. Dissertação (Mestrado). São Paulo: PUC, 2003.

MORIN, Edgar. **A cabeça bem-feita**: repensar a reforma, reformar o pensamento. Tradução: Eloá Jacobina. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 9. ed., 2004.

MUGRABI, Edivandra & DOXSEY, Jaime Roy. **Introdução à pesquisa educacional**: reconstruindo a pesquisa na educação (fascículo 1). Vitória: Ne@ad/Cre@ad, 2001.

NEVES, Paulo Sérgio de Oliveira. **Um estudo sobre o significado, o ensino e a aprendizagem da álgebra.** Dissertação (Mestrado). São Paulo: USP, 1995.

NUÑEZ, Pedro. ***Libro de algebra en arithmetica y geometria***. Disponível em: http://bnd.bn.pt/pedro-nunes/obras/obras-p-nunes/pn_obras_imp_sec_sxi_7_b.html. Acesso em: 29 de março de 2006.

OLIVEIRA, M. K. Vygotsky. **Aprendizagem e desenvolvimento**: um processo sócio-histórico. São Paulo: Scipione, 1998. p. 25-54.

OLIVEIRA, Marco Antonio Geraldo de. **O ensino da álgebra elementar:** depoimentos e reflexões daqueles que vêm fazendo sua história. Dissertação (Mestrado). São Paulo: UNICAMP, 1997.

ORLANDI, Eni P. **Análise do discurso**: princípios e procedimentos. São Paulo: Pontes, 6. ed, 2005.

PADILHA, Paulo Roberto. **Planejamento dialógico**: como construir o projeto político pedagógico da escola. São Paulo: Cortez (Guia da escola cidadã – Instituto Paulo Freire), 5. ed., 2005.

PALANGANA, Isilda Campaner. **Desenvolvimento e aprendizagem em Piaget e Vygotsky**: a relevância do social. São Paulo: Summus, 3. ed., 2001.

PASSONI, João Carlos. **(Pré) Álgebra:** introduzindo os números negativos. Dissertação (Mestrado). São Paulo: PUC, 2002.

PEREZ, Geraldo. **Prática reflexiva do professor de matemática.** *In:* BICUDO, Maria, A. V. & BORBA, Marcelo de C. (orgs.). Educação Matemática: Pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004. p. 250-263.

PIAGET, Jean. **A epistemologia genética, Sabedoria e ilusões da filosofia, Problemas de psicologia genética**. Tradução: Nathanael C. Caixeiro, Zilda Abujamra e Celia E. A. Di Piero. São Paulo: Abril Cultural. 2. ed., 1983.

_____. **Epistemologia genética.** Tradução: Nathanael C. Caixeiro. São Paulo: Abril Cultural, (Coleção os pensadores). 2. ed., 1983.

PINTO, Antônio Henrique. **As concepções de álgebra e educação algébrica dos professores de matemática.** Dissertação (Mestrado). Vitória: UFES, 1999.

POLYA, G.. **A arte de resolver problemas**: um novo aspecto do método matemático. Rio de Janeiro: Interciência, 1956.

PONTE, J. P. **Álgebra no currículo escola**r. *In:* Educação & Matemática: Revista da Associação de professores de matemática. Lisboa: Torriana, nº 85, nov-dez 2005.

PONTE, João Pedro da. **Álgebra no currículo escolar** *In:* Educação & Matemática: Revista da Associação de professores de matemática. Lisboa: Torriana, nº 85, nov-dez. 2005. p. 36-42.

RABELO, Edmar Henrique. **Textos matemáticos**: produção, interpretação e resolução de problemas. Belo Horizonte: Lê, 1996.

RABELO, Edmar H. & LORENZATO, Sérgio A.. **Ensino da matemática**: reflexões para uma aprendizagem significativa. *In:* Revista Zetetiké, ano 2, nº 2, 1994.

RIBEIRO, Alessandro Jacques. **Analisando o desempenho de alunos do Ensino Fundamental em Álgebra, com base em dados do SARESP.** Dissertação (Mestrado). São Paulo: PUC, 2001.

RODRIGUES, Neidson. **Por uma nova escola**: o transitório e o permanente na educação. São Paulo: Cortez, 11. ed., 1997.

RUSSEL, Bertrand. **Introdução à Filosofia Matemática.** Tradução: Maria Luiza X. de A. Borges. Rio de Janeiro: Zahar, 2007.

SANTOS, Leila Muniz. **Concepções do professor de matemática sobre o ensino da álgebra**. Dissertação (Mestrado). São Paulo: PUC, 2005.

SANTOS, Vânia Maria P. dos (coord.). **Avaliação de aprendizagem e raciocínio em matemática**: métodos alternativos. Rio de Janeiro: UFRJ/IM – Projeto Fundão, 1997.

SANTOS, Wagner. **Mensgens de E-mail.** 2005-2007.

_____ . **Notas de sala de aula:** seminários. Vitória: Ufes, 2006.

SANTOS, Vânia Maria P. dos & REZENDE, Jovana Ferreira de (coord.). **Números**: linguagem universal. Rio de Janeiro: UFRJ/IM, 1996.

SCHOEN, Harold L.. **Ensinar a álgebra elementar focalizando problemas**. (Artigo). *In:* COXFORD, Arthur F. & SHULTE, Albert P.. **As idéias da álgebra**. *The National Council os Teachers of Mathematics*. Trdaução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995.

SILVA, Ezequiel Theodoro da. **Livro Didático:** do ritual de passagem à ultrapassagem. Brasília: MEC/INEP, v.16, nº 69, jan/mar, 1996.

SILVA, J. Sebatião e & PAULO, J. D. da Silva. **Compêndio de álgebra**. Lisboa: Rodrigues, 1958.

SILVA, Tomaz Tadeu da. **Documentos de identidade**: uma introdução às teorias do currículo. Belo Horizonte: Autêntica, 2000.

SIMMONS, George F. **Cálculo com geometria analítica**. Tradução: Seiji Hariki. São Paulo: McGraw-Hill,1987.

STRUIK, D. J. **História concisa das matemáticas**. Lisboa: Gradiva, 1989. Cap. I – p. 29-41 e Cap. II e III – p. 45-111.

TAILLE, Yves de La; OLIVEIRA, Marta Kohl de & DANTAS, Heloysa. **Piaget, Vygotsky, Wallon**: teorias psicogenéticas em discussão. São Paulo: Summus, 1992.

THIENGO, Edmar Reis. **A matemática de Ary Quintella e Osvaldo Sangiorgi:** um estudo comparativo. Dissertação (Mestrado). Vitória: UFES, 2001.

THOMPSON, Francês M.. **O ensino de álgebra para a criança mais nova**. (Artigo). *In:* COXFORD, Arthur F. & SHULTE, Albert P.. **As idéias da álgebra**. *The National Council os Teachers of Mathematics*. Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995.

TINOCO, Lucia A. de A. (coord.). **Construindo o conceito de função**. Rio de Janeiro: UFRJ/IM - Projeto Fundão, 2004.

TVE BRASIL. **Educação Algébrica e Resolução de Problemas** (Vídeo) – Programa Salto para o Futuro. Exibido em 2003.

USISKIN, Zalman. **Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis** (Artigo). *In:* COXFORD, Arthur F. & SHULTE, Albert P.. **As idéias da álgebra**. *The National Council os Teachers of Mathematics*. Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995.

VARIZO, Zaíra da Cunha Melo. **O livro didático ontem e hoje**. *In:* **Caderno de Pesquisa**: Educação Matemática: Formação e *Práxis* do Professor. v. nº 10, Vitória: UFES, 1995. p. 125-139.

VELOSO, E. **O triunfo da álgebra.** *In:* Educação & Matemática: Revista da Associação de professores de matemática. Lisboa: Torriana, nº 85, nov-dez 2005. p. 61-72.

VITÓRIA, Prefeitura Municipal de. **Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental.** Secretaria Municipal de Educação**:** Vitória, 2005.

VYGOTSKY, Lev Semenovich; LURIA, Alexander Romanovich & LEONTIEV, Alex N.. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. Tradução: Maria da Penha Villalobos. São Paulo: Ícone (Coleção educação crítica), 2001. p. 143-189.

SUGESTÕES DE LEITURA

ABBAGNANO, Nicola. **Dicionário de filosofia.** Tradução: Alfredo Bosi e Ivone Castilho Benedetti. 4. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2000.

BRASIL. **Currículo da educação básica das escolas públicas do Distrito Federal**: ensino fundamental 5ª a 8ª série. Secretaria de Estado de Educação. Brasília: Subsecretaria de Educação Pública, 2. ed., 2002.

_____. **Diretrizes Curriculares Nacionais**: educação básica. Brasília: Conselho Nacional de Educação, 2001.

_____. **Ensino à distância:** Um olhar sobre a escola. Ministério da Educação. MEC, 2000.

_____. **Guia de livros didáticos 2005**. Ministério da Educação. MEC, 2004.

CANDAU, Vera Maria (org.). **Ensinar e aprender: sujeitos, saberes e pesquisa.** Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino (ENDIPE). Rio de Janeiro: DP&A, 2002.

CLAIRAUT, A. C.. **Elementos de álgebra**. Tradução: A. Ximeno de Villeroy. Rio de Janeiro: F. Livreiros Editores, 1908.

CLAIRAUT, Aléxis Claude. **Matemáticos**. Disponível em: http://www.divulgamat.net/weborriak/Historia/MateOspetsuak/Clairaut2.asp. Acesso em: abril de 2006.

D`AMBROSIO**,** Ubiratan**. História da matemática no Brasil:** uma visão panorâmica até 1950. Revista *Saber y Tiempo*, v. 2, n° 8, *Julio-Deciembre* 1999. pp. 7-37.

D'AMORE, Bruno. **Epistemologia e didática da matemática**. Tradução: Maria Cristina B. Barufi. São Paulo: Escrituras (Coleção Ensaios transversais), 2005.

ECO, Umberto. **Como se faz uma tese**. Tradução: Gilson César C. de Souza. 19. ed. São Paulo: Perspectiva, 2004.

EDUCAÇÃO EM REVISTA. **Dossiê**: a pesquisa em educação matemática no Brasil. Revista semestral, nº 36. Belo Horizonte: Faculdade de Educação da UFMG, dezembro 2002.

FERRAÇO, Carlos Eduardo (org.). **Cotidiano escolar, formação de professores(as) e currículo**. São Paulo: Cortez (Série cultura, memória e currículo), v. 6, 2005.

FIORENTINI, Dario & CRISTOVÃO, Elaine Matesco (orgs). **Histórias e investigações de/em aulas de matemática**. Campinas/SP: Alínea, 2006.

FOSSA, John A. (editor). **Anais do IV Seminário nacional de história da matemática**. Rio Claro: SBHMat, 2001.

_____. (org.). **Facetas do diamante:** ensaios sobre educação matemática e história da matemática. Rio Claro: SBHMat, 2000.

FREIRE, Paulo. **A educação e o processo de mudança social**. *In*: Educação e mudança. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1979.

GIULIANI, Antônio Carlos & PEREIRA, Maria Zuleide da Costa. **Os (des)caminhos da educação profissional no Brasil** (Ensaio). *In*: Ensaio: aval. Pol. Públ. Educ., Rio de Janeiro, v. 6, nº 20, p. 385-404, jul/set 1995.

GOMES, Maria Laura Magalhães. **Um livro didático da França iluminista**: a aritmética de Condorcet (Artigo). *In*: Revista Zetetiké – CEMPEM – FE/UNICAMP, v. 9, nº 15/16, jan/dez de 2001.

GÓMEZ ALFONSO, B.. ***Tipología de los errores em el cálculo mental****: un estudo em el contexto educativo* (Artigo). *In*: Revista *Enseñanza de lãs ciencias*, 1995, 13 (3), p. 313-325.

KUENZER, Acácia Zeneida. **A reforma do ensino técnico no Brasil e suas conseqüências** (Ensaio). *In*: Ensaio: aval. Pol. Públ. Educ., Rio de Janeiro, v. 6, nº 20, p. 303-364, jul/set 1995.

MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.). **Educação matemática**: uma introdução. São Paulo: EDUC (Série Trilhas), 1999.

MENEZES, Darcy Leal. **Abecedário da álgebra**. Ciclo ginasial. Rio de Janeiro: Nobel, v. 1, 1959.

MENDES, Iran Abreu; FOSSA, John A. & VALDÉS, Juan E. Nápoles. **A história como um agente de cognição na educação matemática**. Porto Alegre: Sulina, 2006.

MIGUEL, Antônio; FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela. **Álgebra ou Geometria:** para onde pende o pêndulo? Pró-posições. Vol. 03, nº 1 (7), p. 39-54, mar 1992.

MORAIS, Márcia Marques de. **A sala de aula no contexto da educação do século 21**. Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2005.

MIORIM, Maria Ângela; MIGUEL, Antônio & FIORENTINI, Dario. **Álgebra ou Geometria: para onde pende o pêndulo?.** *In:* Revista Pro-Posições. Vol. 3, nº 1 [7], 1992. p. 39-54.

MORRIS, Kline. **O fracasso da matemática moderna**. Tradução: Leonidas Gontijo de Carvalho. São Paulo: IBRASA, 1976.

PONTE, João Pedro da. **Estudos de caso em educação matemática** (Artigo). *In*: Revista Bolema, Rio Claro (SP), ano 19, nº 25, 2006. p. 105-132.

RABELO, Edmar Henrique. **Textos Matemáticos: produção e identificação.** Belo Horizonte, MG: Ed. Lê, 1996.

RUSSELL, Bertrand. **Introdução à filosofia matemática**. Tradução: Maria Luiza X. de A. Borges. Rio de Janeiro: Zahar, 2007.

SAVIANI, Dermeval; LOMBARDI, José Claudinei & SANFELICE, José Luís (orgs.). **História e história da educação**. Campinas/SP: Autores Associados: HISTEDBR (Coleção Educação Contemporânea), 2. ed., 2000.

SCHUBRING, Gert. **Análise histórica de livros de matemática**: notas de aula. Tradução: Maria Laura Magalhães Gomes. Campinas/SP: Autores Associados, 2003.

SILVA, Circe Mary Silva da (editora). **Anais do III Seminário nacional de história da matemática**: 28 a 31 de março de 1999. Vitória: UFES, 1999.

SILVA, Circe Mary Silva da. **O livro didático de matemática no Brasil no séc. XIX**. *In:* FOSSA A., John (org.). **Facetas do diamante**. Rio Claro: SBHMat, 2000. p.109-162.

VALENTE, Wagner R. **Do engenheiro ao licenciado:** subsídios para a história da profissionalização do professor de matemática no Brasil. *In:* Revista Diálogo Educacional, Curitiba: PUC Paraná, v. 5, n.16, set/dez, 2005. p.75-94.

ANEXOS

Diário de Bordo

Recortes dos principais procedimentos metodológicos dialogados com a orientadora via e-mail, por telefone e pessoalmente, os quais foram registrados no diário de bordo de pesquisadora.

INTRODUÇÃO

Estar diante de um novo foco, aprender a olhar a educação com

uma nova lente e reconstruir de fato e sem demagogia alguns conceitos através de um novo olhar pedagógico é a grande sensação que se tem nas primeiras semanas de aula do mestrado.

A emoção, empolgação e sobretudo a responsabilidade caem sobre o ombro do mestrando de tal forma que sua família passa a ser composta também por seus companheiros de turma e professores e a "alimentação" é reforçada com os diversos livros, apostilas e o computador (que não se cansa de travar e atrapalhar o bom andamento do trabalho, mas que também ajuda muito nas tarefas).

Quando se fala em responsabilidade pensa-se no tempo que porventura tenha sido perdido e na sensação de que talvez tenha-se deixado de contribuir com a educação e com a sociedade em alguns momentos.

No mestrado muitas vezes parece que o caos é vivenciado, pois o mestrando luta contra o tempo e anseiam-se muitas mudanças. Tem-se a esperança de se fazer valer a ideologia num sistema caracterizado por teorias "pós-modernas", mas que na prática ainda não transitaram para o contemporâneo, isto é, não estão bem definidas.

O diário foi uma solicitação da professora Dra. Vânia Maria Santos- Wagner, que desde o início das atividades de aulas sobre educação matemática e a pesquisa nesse campo de conhecimento propôs o registro dos acontecimentos. Essa solicitação proporciona a quebra de resistência e facilita a expressividade enquanto sujeito e educador, incentivando-o a usar e ousar de todos os sentidos, sentimentos e emoções do ser humano. Escrever um diário possibilita ao pesquisador refletir sobre suas práticas pedagógicas, de maneira que este possa moldá-las e assim contribua para uma melhoria da educação.

Nas páginas que se seguem há a descrição/narração dos principais temas abordados nas aulas com a professora Dra. Vânia Maria Santos-Wagner, sendo cada dia de aula um novo capítulo do diário, que foi escrito em primeira pessoa para enfatizar que o narrador é tanto ator/personagem quanto observador, em meio aos vários atores/personagens.

Cada dia foi uma experiência nova, um novo aprendizado, uma nova construção, uma nova emoção, em que os atores tiveram que se adaptar uns com os outros, aceitando diferenças, compartilhando momentos de aprendizagem e conhecimento, momentos únicos. Momentos esses que podem ser comparados a imagens fractais – que é interpretada por cada ator de acordo com a própria visão intelectual, matemática, emocional, científica e psicológica.

Os assuntos abordados têm como foco principal a educação matemática e suas tendências atuais. Há relatos de experiências, discussões sobre livros, descrições de palestras, pesquisa e reflexões. Portanto, o diário é um marco inicial da busca pelo conhecimento científico, pela investigação, pelo aprendizado e pela "briga" contra o tempo *Krhonos*, contra a formação do caos emocional, intelectual, pessoal, dentre tantos outros caos que podem se formar ou serem destituídos e que podem também ser instrumentos desencadeadores de soluções. Vale ressaltar que a busca, a investigação e a "briga" talvez não nos façam chegar à verdade de fato sempre, mas pelo menos à verdade aproximada, a do momento e do consenso.

Leandra G. dos Santos.

Data: 16/05/2005

A professora nos deu instruções que deveríamos nos atentar ao ler e/ou ao escrever uma pesquisa. São elas:

- Que pesquisa foi usada?
- Objetivo e metodologia estão claros?
- Os argumentos convencem?
- Como se desenvolveria uma pesquisa semelhante?
- O relato foi formal ou informal?
- Que perguntas foram colocadas?

Há também alguns detalhes importantes que devem ser observados e seguidos numa leitura:

- De que tipo é a pesquisa? Que perguntas guiam a pesquisa?
- Quais os objetivos gerais e específicos?
- Quais os instrumentos de coleta de dados e procedimentos de ordenação, de classificação, de análise e de interpretação dos dados?
- Os itens acima estão dispostos à luz da literatura que foi lida?
- Deve haver uma amarração das idéias, uma triangulação dos procedimentos de coleta de dados.
- Todo texto, para que esteja bem feito, deve ter início, meio e fim.

A professora concluiu dizendo que os textos sobre pesquisas devem ser lidos com cuidado, procurando sempre identificar se os diferentes elementos acima citados aparecem claramente no relato escrito do texto.

Reflexão do dia:

> A elaboração de um projeto constitui um trabalho exigente, mas um projeto bem feito permite organizar consideravelmente a realização da pesquisa. Mesmo se você vai fazer pequenos estudos sobre sua sala de aula, antes de começar o trabalho, não deixe de elaborar um projeto. (Mugrabi, 2001, p. 72).

Acima há uma leitura feita na aula da professora Edvanda sobre metodologia de pesquisa. Percebi, então, que existe um elo entre o conteúdo abordado nas aulas de Vânia e de Edvanda.

18/05/2005

Reflexão do dia:

> [...] há que se ter em conta a existência de uma poderosa inércia do sistema educativo, induzida, entre outros motivos, pela comunidade, o espírito conservador e a situação social e trabalhosa dos profissionais. [...] Se trata, em definitivo, de refúgios cômodos e seguros dos que resulta sair, ainda sendo conscientes dos defeitos da prática e da necessidade de melhoras.

(Relevância de la investigación para la calidade de la enseñanza – José Luis González Marí, Universidad de Málaga. p. 299 – tradução nossa)

Data: 23, 24/05/2005

Palestras proferidas pela professora Dra. Olive Chapman, de Calgary University - Canadá.

A professora Vânia apresentou a Dra. Olive Chapman, sua amiga, e explicou que esta viera ministrar algumas palestras em Águas de Lindóia/SP, em um congresso internacional de educação matemática cujo foco são pesquisas sobre ensino e sobre a formação de professores. Como ela já estava no Brasil, a professora Vânia a convidou para ministrar algumas palestras na UFES sobre os seguintes temas:

1. *Inquiry Approaches to Teaching Mathematics* (23/05/2005 – 08h30)
2. *Mathematics Teacher Thinking and Instructional Approaches* (23/05/2005 – 14h)
3. *Researching Teaching: Qualitative Techniques* (24/05/2005 – 16h)

Palestra 1: *Inquiry Approaches to Teaching Mathematics*
[Questões de Investigação para o Ensino de Matemática]

A professora Olive iniciou a palestra informando que esta intencionava a interação com os participantes enquanto a abordagem da experiência em sala de aula fosse feita.

Cabe salientar que, a professora Vânia fez a tradução simultânea, pois Olive não domina o idioma português.

A palestrante falou sobre um modelo de ensino que tem usado para investigar a prática do professor em sala de aula, analisando: conhecimento de conteúdo; conhecimento dos alunos; conhecimento das práticas instrucionais e conexões desses

conhecimentos.

Ela informou que é importante amarrar as informações obtidas em uma atividade de entrevistas. Por exemplo, é preciso ter no mínimo três amostras de cada item sobre o qual se quer obter informações e evidências de algum aspecto. Para a atividade de entrevistas, em especial, é preciso ter as questões e as provocações (metáfora, história, cenário e conteúdo). Para cada um desses deve-se fazer uma triangulação das informações.

Questões e provocações

1. O que é matemática para você?
2. Como você descreveria o que é matemática para alguém que não sabe o que é?
3. Que visão de matemática você gostaria que seus alunos tenham quando concluírem os estudos?

A palestrante propôs um exercício para os que assistiam à palestra, de forma metafórica, a fim de que as perguntas fossem respondidas e justificadas. Ela se surpreendeu com o resultado da proposta: as escolhas foram as mais diversas possíveis. O exercício foi o seguinte:

Complete:

1. Matemática é como _____porque _____
2. Se matemática fosse um animal, qual animal seria? Por quê?
3. Considere analogias com as seguintes ocupações e decida qual delas melhor se adequa à sua noção do que significa ser um professor de matemática.
4. Explique e forneça razões para a sua escolha.
5. Como você vê problemas com textos?
6. O que você pensa sobre o papel de problema com texto em matemática?
7. O que você pensa sobre o papel de problemas com texto no currículo?
8. O que você pensa sobre o papel de problemas com texto em seu ensino?
9. Como você pensa que problemas com texto devem ser ensinados?

Tomando como exemplos de aplicações na prática, a professora Olive se dirigiu à platéia, da qual obteve as seguintes respostas:

- para a questão 1: mar, monte [de alguma coisa], aventura...
- para a questão 2: a matemática é como um dragão; a matemática é como uma sombra...

A partir daí a professora Olive concluiu que os exemplos indicam o contexto social das pessoas, ou seja, exemplificam o contexto de vida as concepções de cada um.

Histórias

Olive falou sobre a importância de se contar história. Ela afirmou que a história deve descrever uma aula do início ao fim e deve fornecer o máximo de detalhes possível dos seguintes aspectos:

- O que o professor fez e falou;
- O que os alunos fizeram e falaram;
- Como o conteúdo foi explorado ou apresentado.

A história pode ser escrita no tempo presente e na 1ª pessoa, além de incluir discurso direto de professor e aluno. Não se pode esquecer também que, quando se conta uma história, esta deve ser dita na íntegra, isto é, sem “buracos” ou supressões. Caso não se lembrar de algum detalhe específico exatamente da forma como aconteceu, deve-se descrevê-lo de acordo com o que faz sentido para o protagonista.

Quando a ministrante da palestra usou a metodologia de contar história com seus alunos universitários, ela estava interessada em saber o pensamento do professor. E sua dica foi que, se contar história, evite fazer análise dos atores e de seus aspectos e fornecer explicações para contextualizar a história. Também não faça qualquer tipo de avaliação da aula. No entanto, deve-se descrever a aula do modo que o protagonista pensa que de fato aconteceu.

Em seguida a professora Olive falou sobre a importância de se

ter um roteiro para se coletar dados em uma sala de aula. São estes os passos a seguir:

- plano de aula;
- o que é dito;
- o que é escrito;
- o que é solicitado;
- a linguagem corporal;
- interações professor – aluno e aluno – aluno.

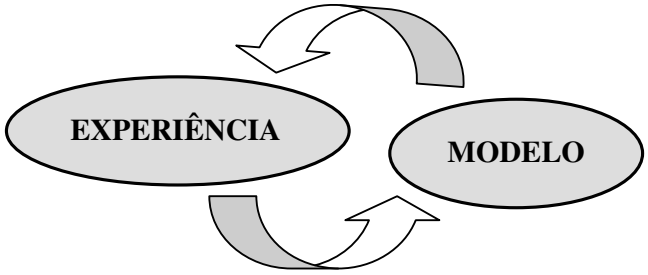
Em uma de suas pesquisas no Canadá, Olive relatou que na análise da investigação encontrou professores que se diziam construtivistas, pois achavam que o fato de os alunos questionarem representava a interação e a construção de conhecimentos. No entanto, esses professores estavam enganados, pois ela percebeu que ao observar as essas aulas e algumas atividades realizadas após as aulas com esses professores (como a representação de papéis) o construtivismo verdadeiro não acontecia. Na atividade de representação, por exemplo, ela às vezes solicitava ao docente que após uma aula dada ele representasse o que falou em sala e o que perguntou aos seus alunos e depois ela mesma, enquanto pesquisadora, representaria também o que viu e percebeu da representação inicial feita pelo professor, e então o próprio professor pensaria/refletiria sobre suas aulas e sobre o que dissera sobre as aulas inicialmente.

Em um outro momento da palestra, quando falava sobre pesquisas focalizando resolução de problemas, ela disse que se deve levar em conta a resolução de problemas (na sala de aula); a conexão; comunicação; a tecnologia usada; material mental e a visualização.

Para Olive, dizer ao professor o que ele deve mudar em seus procedimentos de ensino não adianta, deve-se procurar outras estratégias capazes de fazer o professor refletir e enxergar o caminho para uma possível mudança, se assim ele desejar.

Nesse caso Olive trabalhou com os professores (seus alunos

universitários se preparando para serem professores de matemática) em grupo, para que eles investigassem a troca/relação experiência-modelo, como no esquema seguinte:



Sendo assim, os professores devem ter propostas com alguns modelos de ensino e procurar oportunidades de usar esses modelos, analisá-los e remodelá-los, conforme a situação escolar. Para a professora, quando o modelo é dado os professores "não aceitam" ou não usam, pois para eles não há significados. Quando é um modelo de ensino que eles criam, tem mais chance de serem usados e aperfeiçoados.

Contudo, é importante que sejam feitos alguns questionamentos quando se implementa um modelo de ensino. De acordo com o modelo de ensino que ela nos apresentou e que alguns professores usaram em suas aulas de matemática para ensinar conteúdos no Canadá, os docentes solicitavam aos seus alunos atividades as quais se pudesse:

- comparar com outras atividades;
- realizar mudanças/variações;
- usar o raciocínio reverso (dar a resposta e pedir para dizer como foi feito);
- justificar respostas;
- exemplificar (com contra exemplo, ou simplesmente dar exemplos);

- refletir sobre o que foi aprendido;
- desenvolver o hábito de avaliação do aluno, pois é importante o aluno verbalizar o seu aprendizado.

A partir daí deve-se analisar a importância dos resultados.

Obs.: A palestrante informou um site interessante sobre matemática, que é: http://matti.usu.edu/nlvm/nav/vlibrary.html.

Palestra 2: *Mathematics Teacher Thinking and Instructional Approaches*

[Pensamento do Professor de Matemática e Abordagens Instrucionais]

A professora Olive iniciou a palestra com algumas interrogações, objetivando a mesma interação com o público como na palestra anterior. Algumas delas são:

1. Que conhecimento é essencial para o ensino?
    - Conhecimento de conteúdo;
    - Conhecimento pedagógico geral;
    - Conhecimento de currículo;
    - Conhecimento pedagógico de conteúdo;
    - Conhecimento dos alunos;
    - Conhecimento dos contextos educacionais;
    - Conhecimento das finalidades educacionais, propósitos e valores.

As metodologias de pesquisa de natureza quantitativa, quando usadas para investigar o ensino, muitas vezes acabam por depreciar a pessoa do professor, pois apontam normalmente para o aspecto quantitativo das deficiências dos docentes em domínio de conteúdo, ou seja, essas pesquisas fixam-se no déficit de conteúdo.

Segundo Olive, a construção do conhecimento num ambiente escolar é feita por meio da interação entre professor e aluno. É importante compreender o conhecimento do professor e

desenvolver modos de investigar esse conhecimento de ensino do professor. Ela informa ainda que o convívio profissional dos professores identifica-se a partir de:

- experiências;
- procedimentos;
- situações;
- particularidades;
- fatores implícitos (conhecimento em nível inconsciente, tácito, considerados como certos).

Palestra 3: *Researching Teaching: Qualitative Techniques*
[Investigando o Ensino: Técnicas Qualitativas]

A professora Olive nos relatou que trabalha a pesquisa com/nos professores:

- com um caráter humanístico, pois quer perceber o professor como um ser humano que merece ser respeitado;
- buscando perceber as ações;
- tentando perceber o comportamento.

Como procedimentos metodológicos de pesquisa ela usa entrevistas, observação de aula e outros recursos. A palestrante ainda enfatizou a importância das atividades de entrevista em uma investigação.

Data: 31/05/2005

Pesquisa Quantitativa

Em sua fala Vânia disse que a pesquisa quantitativa é representante de um paradigma positivista que cria modelos, que pretende testar e verificar hipóteses e é um meio de realizar pesquisa com uma ótica mais econômica, que se interessa em resultados de estudos desenvolvidos em larga escala. Esse tipo de investigação tenta reproduzir no ambiente escolar o que era feito em pesquisas na agricultura e em outras áreas e tenta pensar em varíáveis que possam ser controladas e observadas.

Nessas pesquisas usam-se modelos estatísticos para garantir a

cientificidade e para garantir a confiabilidade dos resultados e através de grandes amostras, pois é usada a lei dos grandes números. Por exemplo, saber quantos do total de alunos ao final de 8ª série de um município como Vitória resolvem alguns problemas de geometria plana com compreeensão. Elaboram-se questões que sejam confiáveis que estejam medindo esse tipo de conhecimento e segundo alguns critérios científicos aplicam-se os testes na população toda de alunos de 8ª série de Vitória ou se utiliza uma grande amostra, que é definida estatisticamente, já que os modelos usados nestas pesquisas quantitativas têm base em teorias matemáticas e em resultados estatísticos. Sendo assim, a pesquisa quantitativa usa e cria modelos com base em outros modelos e percebe que muitos estudos usam "pacotes estatísticos prontos" para que o problema seja validado e solucionado. Nesse tipo de pesquisa o professor e o aluno são referidos como variáveis.

Muito do que a professora expôs durante as aulas nos fez refletir sobre o tema e no mesmo dia extraímos alguns trechos de site **http://www.ethos.com.br/diferenciais/pesquisaquantitativa.htm, o qual foi consultado** em maio de 2005.

A partir daqui sintetizo o que pude compreender sobre pesquisa quantitativa da consulta na Internet citada acima:

> [...] Ela é especialmente projetada para gerar medidas precisas e confiáveis que permitam uma análise estatística.
> A pesquisa quantitativa também é apropriada para medir tanto opiniões, atitudes e preferências como comportamentos. Se você quer saber quantas pessoas usam um produto ou serviço ou têm interesse em um novo conceito de produto, a pesquisa quantitativa é o que você precisa. Ela também é usada para medir um mercado, estimar o potencial ou volume de um negócio e para medir o tamanho e a importância de segmentos de mercado.

> Esta metodologia de pesquisa também deve ser usada quando se quer determinar o perfil de um grupo de pessoas, baseando-se em características que elas têm em comum (como demográficas, por exemplo). Através de técnicas estatísticas avançadas inferenciais, ela pode criar modelos capazes de predizer se uma pessoa terá uma determinada opinião ou agirá de determinada forma, com base em características observáveis.
> A pesquisa quantitativa não é apropriada e nem tem custo razoável para compreender os "porquês". As questões devem ser diretas e facilmente quantificáveis e a amostra deve ser grande o suficiente para possibilitar uma análise estatística confiável.

Pesquisa Qualitativa

Em sala de aula conversamos também sobre a metodologia de pesquisa qualitativa que procura compreender algumas situações de ensino como nos foi mostrado nas palestras da professora Olive Chapman. Este tipo de pesquisa é mais apropriado para investigar alguns problemas educacionais e esta metodologia de pesquisa aceita a subjetividade, destacando ainda que é praticamente impossível considerar professor e aluno como variáveis que podem ser fixadas e controladas, como na pesquisa quantitativa.

A professora Vânia comentou também que dentro de uma perspectiva humanística de pesquisa qualitativa o pesquisador se referirá ao professor e ao aluno como seres humanos e não como variáveis que podem ser controladas. Comentou ainda que as perguntas e a forma de conduzir uma pesquisa qualitativa apresentam diferenças e que é possível ter uma turma como o foco central da pesquisa. Aceita-se o fato de que o pesquisador não é neutro e que a subjetividade faz parte do planejamento, do desenvolvimento e do relato final da pesquisa. E esses são pontos contrastantes com a pesquisa

quantitativa, já que esta pressupõe que o pesquisador é neutro e que a pesquisa deve ser planejada, desenvolvida e relatada de modo objetivo e que tudo deve ser medido e comprovado estatisticamente para ser confiável e científico.

Além do que foi comentado em aula, também senti a necessidade de ler mais sobre este assunto e de procurar mais informações sobre a pesquisa qualitativa e o que acrescento a seguir faz parte de minha síntese do que encontrei em um site da internet.

> [...] A pesquisa qualitativa é particularmente útil como uma ferramenta para determinar o que é importante para os clientes e porque é importante. Esse tipo de pesquisa fornece um processo a partir do qual questões-chave são identificadas e perguntas são formuladas, descobrindo o que importa para os clientes e porquê.
>
> Esse tipo de pesquisa também é usado para identificar a extensão total de respostas ou opiniões que existem em um mercado ou população. A pesquisa qualitativa ajuda a identificar questões e entender porque elas são importantes. Com esse objetivo em mente, também é importante trabalhar com uma amostra heterogênea de pessoas enquanto se conduz uma pesquisa qualitativa.
>
> A pesquisa qualitativa revela áreas de consenso, tanto positivo quanto negativo, nos padrões de respostas. Ela também determina quais idéias geram uma forte reação emocional. Além disso, é especialmente útil em situações que envolvem o desenvolvimento e aperfeiçoamento de novas idéias.
>
> Não se deve usar pesquisa qualitativa quando o que se espera é saber quantas pessoas irão responder de uma determinada forma ou quantas terão a mesma opinião. A pesquisa qualitativa não é projetada para coletar resultados quantificáveis.
>
> (Fonte: http://www.ethos.com.br/diferenciais/pesquisaqualitativa.htm. Acesso em maio de 2005.)

Data: 31/05/2005

Informações sobre o projeto;

- Introdução → convencer o leitor de que vale a pena trabalhar com o assunto escolhido;
- Objetivos → idéia geral dos objetivos que se pretendem alcançar com a pesquisa;
- Justificativa → rever as idéias sobre o assunto.
- Outros → - verificar no projeto as modificações feitas pela professora;

- tentar fazer a conexão entre desenvolvimento e recursos humanos;

- contar uma história completa de uma aula da 6ª ou 7ª série;

- enviar por *e-mail* as versões do projeto de pesquisa e do projeto de alfabetização (escrevendo datas, o que está escrito a lápis e as versões intermediárias);

- informar: se as dissertações foram olhadas, nome do aluno, orientador, banca e data de defesa, que critérios foram seguidos para a escolha da pesquisa, quanto tempo foi usado para ler e pesquisar uma dissertação, o que foi descoberto quando a pesquisa já finalizada foi lida, o que conseguiu-se captar da pesquisa estudada;

- tentar seguir o roteiro sugerido para a leitura de um texto;

A professora:

- enviará por *e-mail* quais cadernos de discente ela tem, para que analisemos algum artigo que tenha o tema relacionado com nossa meta de trabalho;

- pediu para que eu olhasse todas as revistas e periódicos na área de pesquisa educacional de matemática (Zetétike, SBEM, APM de Portugal, Quadrante), para que eu me intere sobre o campo científico, mais especificamente, em educação matemática e tenha noção do que é publicado no Brasil e no Mundo.

- pediu para rever os resumos do diário, complementar quando possível;

- solicitou que relate o que foi aprendido;
- solicitou reflexões.

Data: 01/06/2005

Vânia ressalta que devemos tomar cuidado enquanto investigadores em relação aos seguintes pontos:

- momento da pesquisa;
- tempo da pesquisa;
- conteúdo investigado;
- participação dos co-autores no caso de pesquisas que tenham sido desenvolvidas por mais de um investigador.

Data: 01/08/2005

Lembretes e dicas para estudar textos sobre educação matemática que estejam redigidos em outros idiomas, como espanhol ou inglês.

> [...] ao lerem os textos, que fossem registrando as palavras importantes e que fossem organizando um dicionário e que fossem também registrando as mesmas em inglês e em espanhol. Lembrem-se de que esses termos que os autores usam em seus textos, que muitas vezes se repetem e que vocês precisam entender os significados dos mesmos de acordo com o dicionário e com os usos que os autores fazem dentro do texto e que precisam ir criando os seus entendimentos dos mesmos [...]. (Vânia Santos-Wagner)

Data: 15/08/2005

1) Procure observar as palavras no singular, plural, concordância nominal e verbal dentro de seus pensamentos.

2) Você precisa pensar em uma metodologia de pesquisa acadêmica, e isso quer dizer bem mais do que simplesmente pensar na palavra pesquisa como às vezes é usada para atividades solicitadas aos alunos na escola. Quando um professor solicita na escola que os alunos pesquisem sobre um determinado tema, geralmente eles procuram as informações em livros e enciclopédias e copiam o que encontram nessas referências.

Atualmente os alunos têm buscado respostas e informações em *sites* de busca na internet. Já pesquisa científica ou pesquisa acadêmica são realizadas normalmente nas universidades e institutos de pesquisa e seguem procedimentos metodológicos mais direcionados e detalhados. Porque quando se fala metodologia de pesquisa quer dizer que procedimentos metodológicos servirão para entrar no campo da pesquisa, que procedimentos serão usados para selecionar os sujeitos participantes do estudo e que dados coletar, que procedimentos vai utilizar para coletar os dados, para efetuar as suas leituras que fundamentarão a pesquisa, que procedimentos serão utilizados para organizar, tabular e interpretar os dados que coletar, como vai redigir o relato final da pesquisa, etc. Enfim, existe toda uma série de procedimentos organizados, sistemáticos e realizados de modo disciplinado para planejar, implementar, coletar, organizar e interpretar os dados que fornecem alguma evidência sobre o que se está a investigar e sobre como elaborar o relato final do estudo realizado.

3) Quando ler uma dissertação ou tese observe o tema que foi pesquisado. Por que o autor desenvolveu tal pesquisa?, qual foi a importância de tal pesquisa?, que procedimentos o autor usou para selecionar os textos, os livros que foi lendo? que metodologia de pesquisa foi seguida na pesquisa?.

Data: 22/09/2005

Dicas de como escrever um resumo:

1) O resumo precisa de fato apresentar uma síntese das idéias que foram exploradas no texto como um todo. Complemente e arrume o texto todo e depois escreva o seu resumo.

2) Evite escrever sempre frases soltas, pensamentos isolados, quando na verdade desde o início de seu texto alguns pensamentos podem e devem ser incorporados em um único parágrafo, pois tratam do mesmo tema e/ou abordam os mesmos argumentos.

3) Evite colocar argumentos fortes e julgamentos sem mostrar de onde você tirou as idéias e sem mostrar as razões pelas quais redigiu alguns pontos de um modo mais forte.

4) Pense antes de redigir o texto todo e quais argumentos quer fazer. Porque você acha que uma reflexão sobre os aspectos históricos podem auxiliar.

5) Explique ao leitor no início de seu texto como este está organizado e procure no final concluir fazendo um elo com o que desenvolveu no texto.

6) Liste as idéias que quer explorar no texto, pois talvez assim fique mais claro colocar depois os vários argumentos que usou no texto e consiga rearrumar e clarear as idéias.

A professora ainda disse que espera que os comentários feitos acima ajudem no processo de reler, editorar e rearrumar o texto, e que deixe mais claro para o leitor o que se quer falar no resumo, no corpo do texto e na conclusão. Lembrando ainda que um texto claro tem o início, o desenvolvimento e o final articulados e formando um todo coerente e que o resumo deve ser redigido no final para de fato resumir o que foi apresentado no texto.

Data: 14/03/2006

Minha metodologia de leitura e releitura é: ler, assinalar a frase ou parágrafo que acho importante, fazer uma observação ao lado e registrar os pensamentos que vierem à tona, e que são de grande relevância para algum trabalho e até mesmo para minha prática pedagógica.

Ainda marco informações com observações escritas. Geralmente meus livros são bem escritos e marcados a lápis ou marca-texto. E também tenho um caderno pequeno em que faço observações e uma breve síntese sobre o assunto.

Atividades para serem desenvolvidas entre 14/03/06 e 24/03/06:
1) Procure responder a alguns questionamentos sobre o tema ou os temas que você tem

interesse em desenvolver um projeto de pesquisa em educação matemática.

Inicie listando o tema ou os temas que você gostaria de investigar em educação matemática.

- Estudo da álgebra;

- Álgebra x livro didático;

- Formação do professor de matemática;

- O ensino de matemática para jovens e adultos;

- Professor de matemática x política x ética no ensino;

2) Diga as razões que motivam a investigação de tal tema (ou de tais temas).

3) Relate brevemente as idéias que você tem sobre a importância e a necessidade de alguém investigar o assunto.

4) Relate o que já leu sobre o(s) tema(s) - título de livros, textos, palestras assistidas, idéias e argumentos com os quais concorda, justiçando a concordância ou não.

Data: 05/04/2006

> "[...] Um projeto de pesquisa é como se fosse um pequeno quebra-cabeças que vamos montando aos poucos. Nessa análise mais detalhada você poderá perceber também onde vai ser preciso buscar teorias que te auxiliem a refinar e a melhorar as interpretações e como vai ser possível ou não perceber o que o autor queria passar para os leitores sobre as concepções, idéias e intenções que ele tem com a introdução do pensamento algébrico. Você vai poder também ler, pensar e refletir sobre o que está encontrando de parecido ou diferente nos livros que analisou [...]". (Vânia Santos-Wagner)

Data: 19/06/2006

> Verifique se está de fato em cada etapa do projeto atendendo aos questionamentos que todos nós colocamos, ou seja, verifique se a introdução, justificativa, objetivos, perguntas, hipóteses, revisão de literatura e fundamentação teórica, estudo piloto, cronograma e referências bibliográficas aparecem arrumadas. [...] Lembre-se de colocar

os seus entendimentos e posicionamentos sobre álgebra, conhecimento algébrico e pensamento algébrico como foi solicitado a você pelos professores da banca. Procure comentar os trabalhos de mestrado que você leu e os textos sobre estudos de álgebra que você já estudou. (Vânia Santos- Wagner)

Data: 31/06/2006

[...] Do que me lembro, contexto cognitivo diz respeito a procurar investigar como o professor pensa sobre assuntos em geral e sobre matemática. Nesse contexto o pesquisador está interessado em saber o que os professores pensam sobre algum assunto ou tema em especial. Ou seja, o pesquisador quer usar instrumentos de coleta de dados que o auxiliem a chegar o mais próximo possível dos pensamentos dos professores e assim poder inferir e quem sabe desvendar e desvelar como o professor pensa em situações de aula, em situações matemáticas, como o professor desenvolve o seu conhecimento matemático, o seu conhecimento pedagógico-matemático, o seu conhecimento pedagógico geral, o seu conhecimento da prática e da experiência profissional, o seu conhecimento sobre currículo e vários outros. O pesquisador precisa, portanto, usar instrumentos de coleta de dados que o permitam descobrir como o professor pensa, raciocina e adquire conhecimentos. Já, pelo que me lembro, o contexto fenomenológico está interessado em desvelar como o professor experiencia, vivencia e dá significados aos seus atos, às suas decisões em sala de aula, antes da aula em atividades de planejamento, e em atos em que o professor toma após as aulas, e em atos que o professor procura pensar, planejar e elaborar atividades para aulas e para avaliações. Procurem observar que as perguntas que o pesquisador coloca em entrevistas; em atividades para provocar o professor (*to probe*) e em atividades em que solicita que o professor desempenhe um papel ou que o professor ensaie e represente um papel (*the role play activity*) aparecem redigidas de modo diferente. Por que essas mudanças? Porque aqui o pesquisador está interessado em descobrir como o professor dá sentido, dá significado a diferentes situações. Como normalmente um pesquisador está interessado em descobrir como um professor ou os professores pensam sobre os assuntos (do foco da pesquisa) e desenvolvem seus conhecimentos e também quer saber como os professores atribuem significados ao que ocorre na prática de sala de aula, se torna necessário ao pesquisador pensar em construir instrumentos de coleta de dados que possibilitem obter informações sobre os professores (sujeitos da pesquisa) tanto dentro do contexto cognitivo quanto do contexto fenomenológico. (Vânia Santos-Wagner)

Data: 13/08/2006

Dicas de *Pôsters*: Lembrem-se de que vocês devem incluir os detalhes principais sobre a pesquisa que estejam já desenvolvendo (problema e questões centrais, objetivos, os autores ou teorias que devem embasar a pesquisa, idéia em linhas gerais dos procedimentos metodológicos). Mas esses detalhes devem aparecer de modo direto e sem muito rodeio e sem textos muito longos. Visualmente o *pôster* deve e pode apresentar símbolos visuais interessantes, mas não precisa ser este o foco principal do *pôster*. Pois o visual chama sempre mais a atenção, mas vocês devem ter um visual interessante que seja acompanhado de um texto também interessante e um deve estar complementando o outro. Antes de levar o *pôster* para imprimir em alguma gráfica ou de gastarem dinheiro com algo muito especial, procurem ler com calma e conferir toda a ortografia e a gramática do que pretendem colocar no *pôster*. Aconselho também que os que quiserem e já tiverem um pequeno texto redigido com mais detalhes sobre a pesquisa que podem também preparar o mesmo e imprimi-lo em folhas usando frente e verso e podem distribuir isto no momento em que apresentarem os seus *pôsters*.

Data: 26/10/2006

"[...] Quanto a ter dificuldades em assistir as aulas de professores e eles desmarcarem, isso é normal em pesquisas. Muitas vezes combinam tudo e depois mudam de um minuto para outro". (Vânia Santos – Wagner)

Data: 07/11/2006

> "O que espero de cada um dos alunos:
> Que se preparem para abordar os seguintes pontos:
> a) a problemática central de vocês;
> b) a pergunta ou as perguntas principais e os objetivos associados a essas perguntas;
> c) que mostrem o que pretendem com os questionamentos e como responderam e investigaram a problemática central da pesquisa;
> d) que instrumentos pretendem usar para coletar os dados e evidências de
> que respondem aos questionamentos feitos;
> e) que trabalhos de mestrado, doutorado, livros, artigos e textos já leram e já registraram argumentos que pretendem usar no trabalho e que informem onde pensam em usar estes autores. Por exemplo, se pensam em usar na justificativa do projeto alguma das leituras realizadas, que mostrem claramente isso colocando alguns pensamentos sobre o assunto. Se usarem algum argumento na íntegra de algum texto, lembrem-se de colocarem o nome do autor (ou autores), data e página de onde retiraram a informação. Caso pensem que podem usar alguns pensamentos e argumentos como parte dos fundamentos teóricos da pesquisa mostrem onde pensam em fazer isso". (Vânia Maria Santos-Wagner)

Data: 18/04/2007

> Você pode idescrever os seus procedimentos para coletar dados via email, e descrever os procedimentos para ler, interpretar, compartilhar o que entendeu com os autores e os passos seguintes. E você já pode colocar o que foi conseguindo responder de seus questionamentos de pesquisa com esses procedimentos. Você vai poder também aqui chegar a algumas categorias de análise. (Vânia Santos Wagner)

Data: 20/04/2007

Ao redigir, procure sempre:

a) colocar o máximo de todas as idéias e pensamentos que tem em sua mente de início sem ficar se cobrando ou podando-os;

b) ler em voz alta o que escreveu para ver se você mesma escutando percebe algum problema de concordância ou palavra que esteja soando mal;

c) se a frase ficou muito curta, procure ver se você colocou e explicou tudo que queria e tente melhorar esta frase. Depois releia em voz alta a mesma procurando fazer o que mencionei nos ítens a e b;

d) se a frase ficou com mais de três linhas e se chegou a umas cinco ou seis ou quem sabe nove ou dez linhas, pare e pense, pois o pensamento provavelmente ficou muito longo e você deve ter usado vários verbos e conectivos do tipo e, mas, portanto, pois, porque, etc. Leia esse longo pensamento e procure marcar com uma caneta de outra cor todos os verbos e conectivos usados. Provavelmente aparecem vários verbos e você pode e deve tentar quebrar esse pensamento em partes curtas, mas que possuam um sentido claro.

Prefeitura Municipal de Cariacica

ATIVIDADE DE MATEMÁTICA

NOME:

PROFESSORA: **DATA:** **TURMA: 7ª _____**

1) RESOLVA AS EQUAÇÕES ALGÉBRICAS.

a) $\frac{3x}{5}+\frac{2}{5}=3$

b) $\frac{2x}{4}=\frac{-1}{5}$

c) **3x + 7 = x – 3**

d) $2(x-1)=\sqrt{7}+x$

e) $\frac{m}{4}+1=7-\frac{m}{2}$

2) Veja a tabela de preços de um estacionamento em Cariacica:

Tempo	Preço em reais
1ª hora	R$ 6,00
Horas seguintes	R$ 3,00
Fração de hora é cobrada como hora inteira.	

a) Quanto deverá pagar o motorista que deixou seu carro estacionado por 3h20min?

3) O número 6 é ou não solução da equação 3x + 5 = 23? Justifique

4) Guilherme tinha certa quantia em dinheiro. Ganhou a mesma quantia de seu pai e passou a ter R$ 250,00. quanto Guilherme tinha inicialmente?

5) Fernando tem certa quantia em um banco. Sua irmã Glécia tem R$ 500,00 a mais. Juntas, elas tÊm R$ 3 000,00. Quantos tem Fernando?

6) Explique sobre o matemático que você pesquisou (nome, data de nascimento, contribuições para a matemática).

Reflexão: "Os que confiam no Senhor são como monte de Sião que não se abalam... "Salmos

ATIVIDADE: ALUNO

Nome:
Local: **Data: ____/___/____**

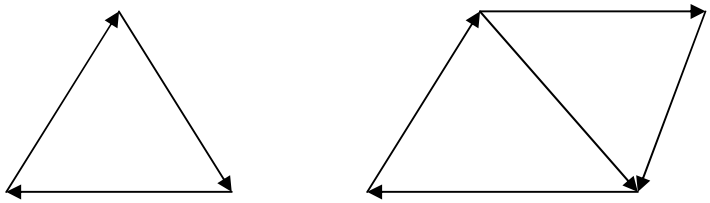
I.1) MOSTRE COMO VOCÊ RESOLVERIA OS PROBLEMAS ABAIXO:

A. O número 6 é ou não solução da equação 3x + 5 = 23? Justifique.

B. Lucas está desempregado e precisa de R$ 2.800,00 para pagar o aluguel de seu apartamento e de outras contas. Nilton emprestou a ele R$ 1.600,00 e ele vai fazer um "*bico*" para receber em duas vezes o valor restante para pagar o aluguel. Quanto ele vai receber em cada uma das vezes nesse "*bico*"?

C. Eram 200 bonequinhos para dividir com Carlos e André. Só que sua mãe queria 14 bonequinhos. Quantos bonequinhos Carlos e André ganharam?

D. Com 3 palitos de fósforo, faço um triângulo. Depois, acrescentando sempre 2 palitos, vou obtendo novos triângulos. Veja:



Complete a tabela abaixo:

Número de triângulos	**Números de palitos**
1	3
2	5
3	
4	
10	
15	
20	

Se *p* representa o número de palitos e *t,* o número de triângulos, qual é a fórmula que relaciona *p* com *t ?*

E. Cada uma das sentenças a seguir tem sua correspondente. Por exemplo: *1* corresponde a *d.* Relacione as demais. Dicas:

- o valor do caderno é *x.*
- o lápis custa R$ 3,00 a menos do que o caderno.

1) A caneta custa o triplo do lápis.
2) A mochila custa R$ 15,00 a mais que o caderno.
3) A pasta custa a metade do caderno.
4) O esquadro custa R$ 1,00 a menos do que a pasta.
5) O preço do estojo equivale ao do caderno e ao da pasta juntos.

a) $x + (x : 2)$
b) $3(x – 3)$
c) $(x : 2) – 1$
d) $x + 15$
e) $x : 2$

II.2) QUAIS SITUAÇÕES DE SEU COTIDIANO VOCÊ PERCEBE QUE ESTÁ USANDO A ÁLGEBRA? POR EXEMPLO: EM SITUAÇÕES COMO A DESCRITA ABAIXO.

"Eram 200 bonequinhos para dividir com Carlos e André. Só que sua mãe queria 14 bonequinhos. Quantos bonequinhos Carlos e André ganharam?"

III.1) PRA VOCÊ O LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA ADOTADO EM SUA ESCOLA TEM UMA LINGUAGEM CLARA NO ENSINO DA ÁLGEBRA? EXPLIQUE

Prefeitura Municipal de Cariacica

NOME:
TURMA: 7ª **DATA:**

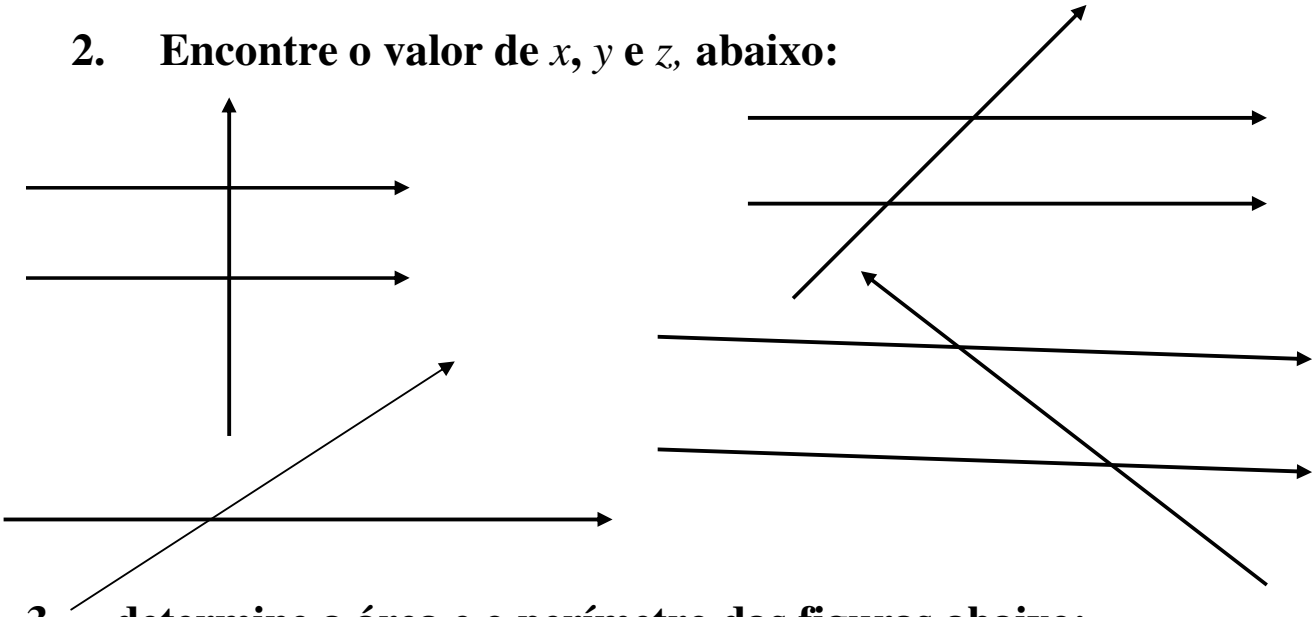
Atividade de matemática

1. Classifique os ângulos abaixo em: reto, agudo, obtuso, meia volta ou uma volta.

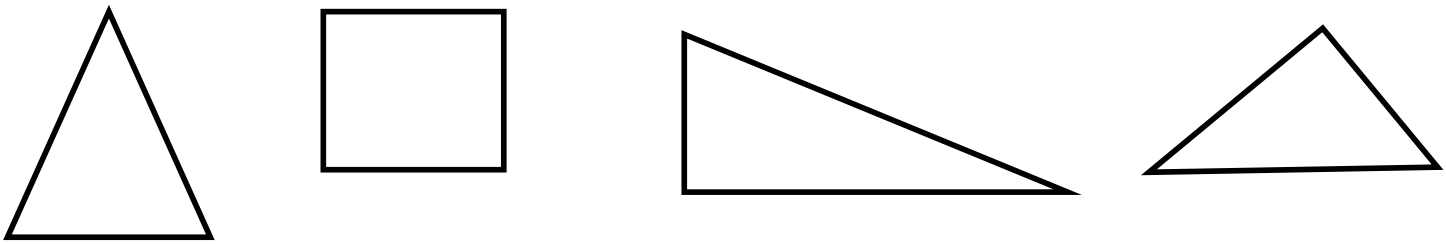
a) 5°
b) 177°
c) 45°
d) 56°
e) 91°
f) 90°
g) 361°
h) 180°
i) 2 . 90°
j) 2 . 180°

k) 360° **l) 7°**

2. Encontre o valor de *x*, *y* e *z,* abaixo:



3. determine a área e o perímetro das figuras abaixo:



ANEXO 4

Prefeitura Municipal de Cariacica

EXERCÍCIOS AVALIATIVOS DE MATEMÁTICA

PROFESSORA: TURMA: **7ª**
NOME:

1. Calcule e complete as tabelas, de forma que os números da coluna da esquerda sejam diretamente proporcionais aos da direita. Dica: verifique por quanto é multiplicado um número da esquerda para obter o número abaixo dele; se isso for difícil, verifique por quanto é multiplicado o número para obter o correspondente da coluna da direita.

a)

A	B
5	7
15	/////
25	/////

d)

A	B
6	18
9	/////
10,5	31,5
/////	63

b)

A	B
4	8
7,3	/////
9,1	/////

*e)

A	B
0,8	/////
1,2	0,3
2,0	/////
3,2	/////

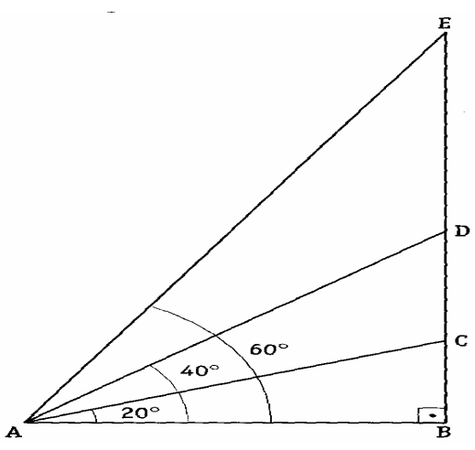
c)

A	B
1	$\sqrt{3}$
/////	$2\sqrt{3}$
/////	3
7	/////

* f)

A	B
2	7
3	/////
5	/////

2. Nos triângulos retângulos ABC, ABD e ABE da figura, a cada ângulo de vértice A corresponde um cateto oposto a ele. Exemplo: o cateto oposto ao ângulo de 20° é BC.



Observando a figura, nota-se que, quanto maior é o ângulo, maior é o cateto oposto a ele. Haverá proporcionalidade nessa variação? Para responder, faça o que se pede:
a) Copie e complete:

Medida do ângulo	20°	
Medida do cateto oposto ao ângulo	1,5 cm	/

b) Se o ângulo duplica, o cateto oposto a ele também duplica?
c) As medidas dos ângulos são diretamente proporcionais às medidas dos catetos

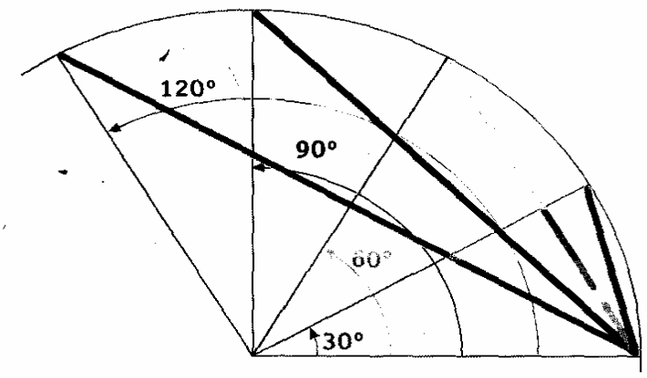
opostos a eles?

3. Agora, vamos verificar se há proporcionalidade entre os ângulos centrais e as cordas correspondentes.

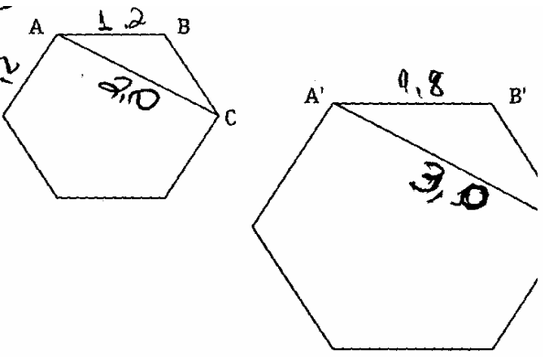
a) Complete a tabela, após medir na figura:

Medida do ângulo central	30°	60°	90°	120°
Medida da corda correspondente	1,9 cm	/////	/////	/////

b) A que conclusão você chegou? A medida da corda é diretamente proporcional à medida do ângulo central correspondente?



4. Os dois hexágonos são regulares:



a) Quanto medem os lados do menor? lados do maior? Qual é a razão entre lados do maior e do menor?
b) Quanto medem as diagonais AC e A Qual é a razão entre a diagonal do m e a do menor?
c) O hexágono maior é uma ampliação menor. De quantas vezes é essa ampliação?
d) Nesses hexágonos, as diagonais aumentam na mesma proporção que os lados?

5. A resolução da equação seguinte:

$$\frac{x}{12} = \frac{36}{60} \rightarrow x = \frac{36 \cdot 12}{60}$$

$$x = \frac{\cancel{36}^{6} \cdot 12}{\cancel{60}_{10}} \rightarrow x = \frac{72}{10} = 7,2$$

Equações como essas chamadas de regra de três, são muito úteis para resolver problemas envolvendo proporcionalidade.

a) $\frac{18}{35} = \frac{x}{280}$

b) $\frac{x}{12} = \frac{42}{60}$

c) $\frac{x}{3,6} = \frac{9}{14,4}$

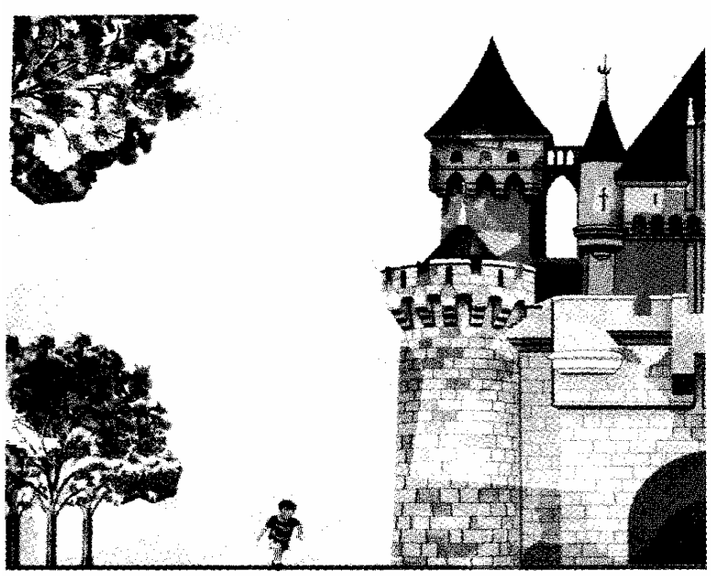
d) $\frac{6}{3,5} = \frac{x}{21}$

Prefeitura Municipal de Cariacica

EXERCÍCIOS AVALIATIVOS DE MATEMÁTICA

PROFESSORA: TURMA: **7ª**
NOME:

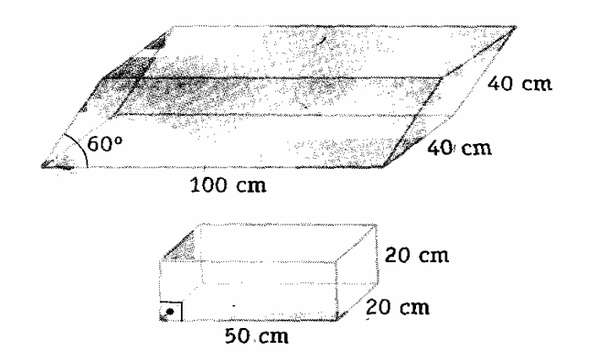
1. A torre é alta, mas na foto tem apenas 6,9 cm. O garoto, que tem 150 cm de altura, na foto ficou reduzido a 0,9 cm.



a) Para calcular a altura da torre usando regra de três, que equação deve ser escrita?
b) Qual é a altura da torre?

2. Responda sim ou não. Caso a resposta seja não, faça um desenho para justificá-la.
a) Dois quadrados são sempre semelhantes?
b) E dois retângulos?
c) E dois cubos?
d) Dois triângulos são sempre semelhantes?
e) E dois triângulos regulares?
f) E duas circunferências?

3. Observe os sólidos:



a) Nestes sólidos, as arestas correspondentes têm medidas proporcionais?
b) Os dois sólidos são semeLhantes? Por quê?

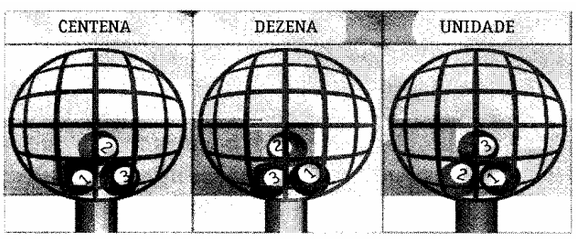
4. Um arquiteto fez a maquete do prédio que projetou. A porta de entrada do prédio tem 2,70 m de altura. Na maquete, essa altura é 1,8 cm. Qual é a altura real do prédio, se a altura da maquete é 36 cm?

Prefeitura Municipal de Cariacica

EXERCÍCIOS AVALIATIVOS DE MATEMÁTICA

TURMA: **7ª**
NOME:

1. Em cada urna esférica há três bolinhas, marcadas com os números 1, 2 e 3. Vamos sortear uma bolinha de cada urna formando, assim, um número de três algarismos. Todas as bolinhas têm a mesma chance de ser sorteadas.



a) Desenhe a árvore que mostra todas as possibilidades de números com o algarismo 1 nas centenas.
b) Quantos são os números que têm 1 na centena?
c) No total, quantos números podem ser formados nesse sorteio?
d) Qual é a chance de o número sorteado ser 111?
e) Qual é a chance de o número sorteado ser 132?
f) Todos esses números têm a mesma chance de ser sorteados?

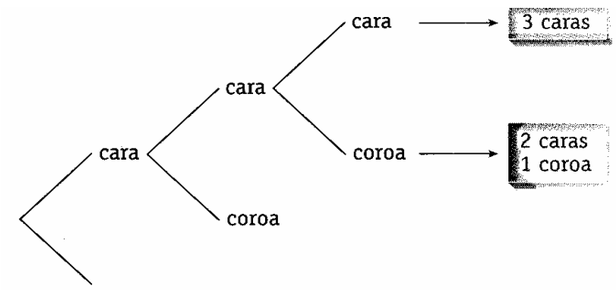
2. Considere o lançamento de um dado honesto.

a) Qual é a probabilidade de o resultado ser 2?
b) Qual é a probabilidade de o resultado ser um número primo?
c) Qual é a probabilidade de o resultado ser um número maior do que 6?
d) Se você fizer 300 lançamentos, aproximadamente quantas vezes o resultado será 4?
e) Se você fizer 300 lançamentos, aproximadamente quantas vezes o resultado será um número primo?

3. Agora vamos lançar dois dados honestos e multiplicar o número de pontos obtidos em cada um.

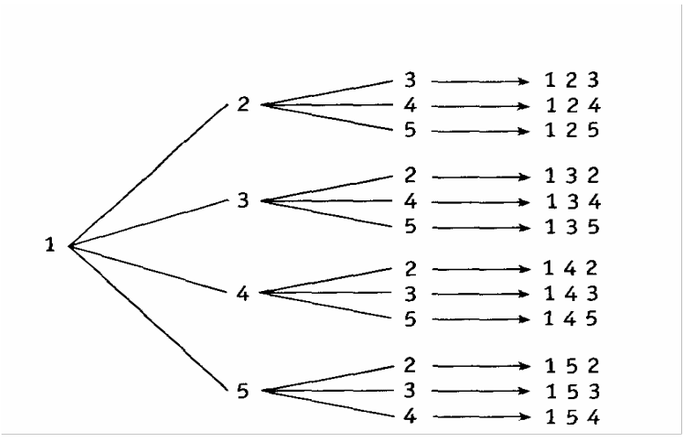
a) Construa uma tabela mostrando todas as possibilidades no lançamento dos dois dados.
b) Quantas são essas possibilidades?
c) Em quantas delas o produto é 12?
d) Quais são as chances de o produto ser 6?
e) Qual é a chance de o produto ser 17?

4. Vamos desenhar a árvore de possibilidades do lançamento de três moedas honestas. O começo da árvore é assim:



a) Copie e complete o desenho da árvore em seu caderno.
b) Ao todo, quantas são as possibilidades no lançamento de três moedas?

5. Vamos sortear três bolinhas, uma de cada vez, da urna esférica. Mas atenção! A bolinha sorteada uma vez não volta à urna! Nesse sorteio, formaremos números de três algarismos. Veja aqueles que começam com o algarismo 1:



a) Quantos são os números começados com 1?
b) Quantos números começados com 2 podem ser formados no sorteio?
c) No total, quantos números podem ser obtidos?

1995	1 359 332
1996	1 506 783
1997	1 640 243
1998	1 187 049
1999	1 073 547
2000	1 218 712

Fonte: Associação Nacional de Fabricantes de Veículos Automotores

6. A tabela mostra quantos veículos novos foram vendidos por ano no Brasil, de 1995 a 1999:

a) Copie a tabela, trocando os números da produção por valores aproximados para a meia centena de milhar mais próxima. Por exemplo: 1 640 049 fica 1 650 000.

b) Com os dados da tabela, construa em papel quadriculado um gráfico de segmentos para mostrar a variação de vendas.

Prefeitura Municipal de Cariacica

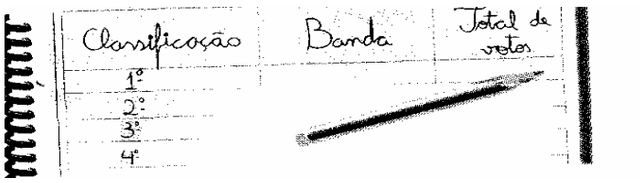
EXERCÍCIOS DE MATEMÁTICA

TURMA: **7ª**

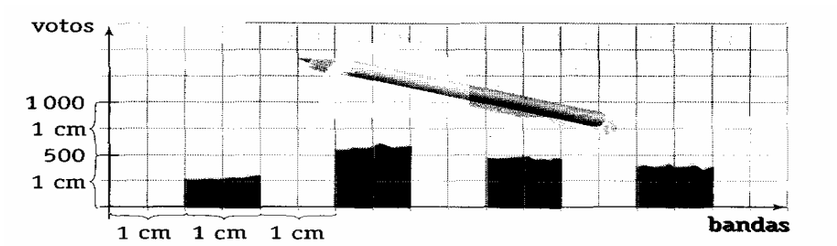
1. A revista Bochechas está realizando um concurso para escolher a banda que receberá o prêmio CD de Lata. Bandas de três cidades participam do concurso e vencerá a que obtiver o maior número de votos nessas cidades. Há quatro bandas favoritas. Veja os resultados parciais:

	Jucápolis		Ritânia		Pedrolândia	
	Banda	Votos	Banda	Votos	Banda	Votos
1º lugar	Fala Grosso	730	Abóbora com Leite	1 280	Admirável Pé	804
2º lugar	Abóbora com Leite	682	Lamabamba	1 110	Fala Grosso	770
3º lugar	Admirável Pé	611	Fala Grosso	1 004	Lamabamba	701
4º lugar	Lamabamba	507	Admirável Pé	580	Abóbora com Leite	650

Calcule o total de votos de cada banda e faça, no caderno, uma tabela como esta:

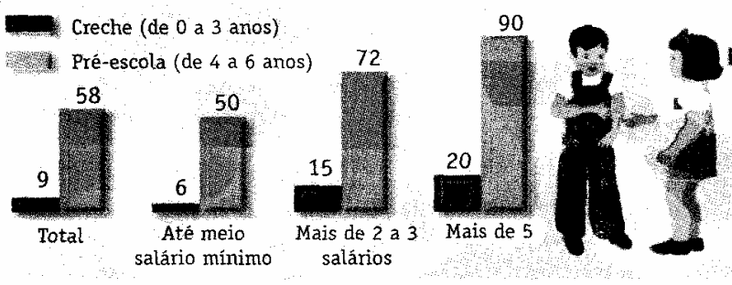


Transforme a tabela do exercício anterior em um gráfico de barras. Use as medidas propostas no gráfico ao lado.

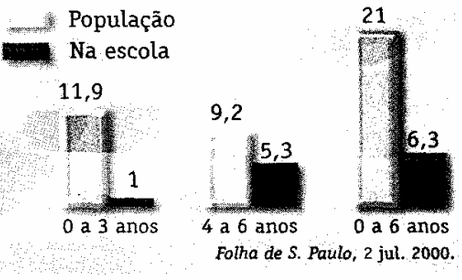


Este problema é um desafio. Vale a pena enfrentá-lo. Observe os gráficos:

Porcentagem de crianças na educação infantil, no Brasil - *Por rendimento familiar* per capita



Número de crianças de 0 a 6 anos na escola - *Em milhões*



Folha de S. Paulo, 2 jul. 2000.

Nos dicionários, está registrado que *per capita* (leia "per cápita") é uma expressão de origem latina que significa "por cabeça", isto é, para cada indivíduo, para cada pessoa. O gráfico da esquerda mostra que, nas famílias em que a renda de cada membro é de até meio salário mínimo, 50 % das crianças de 4 a 6 anos estão na escola. Agora, é com você.

a) Qual é a porcentagem de crianças de 4 a 6 anos que estão na escola, no caso das famílias em que a renda de cada membro é superior a 5 salários?

b) O gráfico da direita mostra que há, no Brasil, 11,9 milhões de crianças de até 3 anos de idade, das quais só 1 milhão está na escola. Quais são esses números para as crianças de 4 a 6 anos?

c) Esses gráficos trazem algumas informações sobre as crianças brasileiras de até 6 anos de idade. Você pode tirar algumas conclusões sobre isso com base neles. Então, escreva um texto comentando a situação dessas crianças.

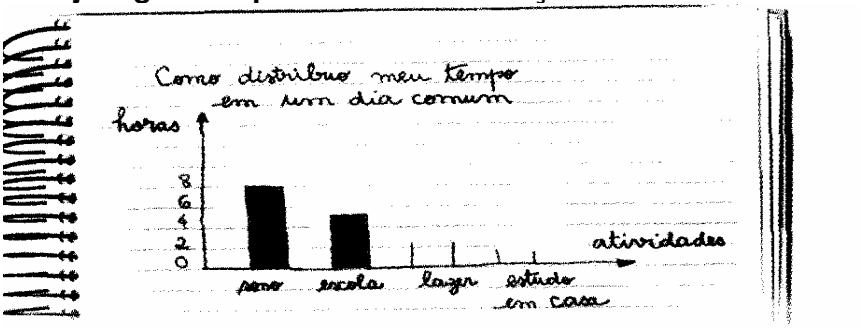
3. Num concurso público, inscreveram-se 15 candidatos. A prova de português valia 10 pontos. Veja as notas obtidas:

2,5	3,0	4,5	5,0	5,0
6,0	6,0	7,5	7,5	7,5
8,0	8,0	8,0	8,0	9,0

Faça uma tabela. Na coluna da esquerda, coloque os conceitos: ruim (notas até 3,5), regular (notas de 4,0 até 6,0), bom (notas de 6,5 a 8,0) e ótimo (notas acima de 8,0). Na coluna da direita, apresente a freqüência de cada conceito, ou seja, quantos candidatos obtiveram cada um dos conceitos.

Com os dados da tabela do exercício, faça um gráfico de barras. As freqüências devem ficar no eixo vertical.

4. Veja o gráfico que Sofia está começando a fazer:



Prepare um gráfico desse tipo referente a você, mostrando como seu tempo é distribuído. Em casa, será que você gasta mais tempo com lazer (assistindo à televisão, brincando, etc.) do que com estudo?
Não se esqueça de colocar um título em seu gráfico.

5. No colégio Professor Catoni, há 820 alunos. Todos eles responderam à pesquisa sobre seu esporte preferido.

a) Qual é a porcentagem que falta na tabela?
b) Quantos alunos do colégio preferem basquete?
c) c) Quantos alunos preferem futebol?
d) d) Quantos preferem vôlei?
e) e) Nesse colégio, 5 % dos alunos preferem xadrez. Quantos são eles?

Esporte preferido	Porcentagem
futebol	30 %
vôlei	40 %
basquete	10 %
outros	////

6. Dona Isaura é viúva e tem quatro filhos. Ela trabalha em casa, fazendo serviços de costura para uma empresa do bairro, que lhe paga um salário de R$ 420,00. Os quatro filhos estudam. Os dois mais velhos, depois da escola, fazem alguns pequenos serviços e cada um recebe R$ 45,00 por mês. Nesta família, qual é o rendimento familiar por pessoa?

7. Este problema é um desafio. Márcio, Jorge e Ana Luísa jogaram 3 partidas de vídeo game. Veja os resultados:

a) Descubra quais são os números J, A e M que faltam na tabela.
b) Quem ganhou mais partidas? Quem teve a maior média por partida?

Jogador	Partida 1	Partida 2	Partida 3	Média
Márcio	20 000	23 000	26 000	M
Jorge	29 000	21 000	J	24 500
Ana Luísa	28 000	22 000	A	25 000

Prefeitura Municipal de Vitória

Professor: Carlos

Atividade de Matemática

1 Calcule a diferença entre a raiz quadrada de 81 e a raiz cúbica de 8.

2. Simplifique:

a) $\sqrt{99}$ =

b) $\sqrt{800}$ =

3. Efetue:

a) $5\sqrt{7} + 9\sqrt{7}$ =

b) $\sqrt{20} + \sqrt{32} + 2\sqrt{45}$ =

4. Racionalize:

a) $\frac{8}{\sqrt{3}}$ =

‘b) $\frac{8\sqrt{7}}{5\sqrt{3}}$ =

5. Num triângulo eqüilátero, o lado é igual a $3\sqrt{5}$. Quanto mede o perímetro desse triângulo?

Questionário

Nome do professor pesquisado:

6. Como você reconhece ou o que sabe sobre álgebra retórica, simbólica e sincopada? Você observa em algum livro a álgebra escrita de alguma dessas formas?

7. Ao longo do ano que atividades você fez em sala de aula que compreenda / entenda que desenvolveu o pensamento algébrico de seu aluno? E em que atividades você desenvolveu a questão do uso das letras como incógnitas e como variável?

8. Você usa em suas avaliações questões sugeridas pelo LD? Exemplifique.

9. Que dificuldades você ainda percebe no ensino da álgebra?

10. Nos Livros de álgebra que estudou na faculdade e mesmo os que você já viu parecem cooperar para o desenvolvimento do pensamento algébrico do aluno?

Atividade aplicada no quarto bimestre do ano de 2006, pela professora Gabriela.

NOME:
TURMA: 7ª ____

Atividade de matemática

1. **A máquina copiadora está regulada para tirar 6 cópias de cada página do relatório. Complete a tabela ao lado.**

Número de páginas do relatório	Número de cópias
10	60
14	
21	
	138
	216
	c

2. **Imagine um automóvel rodando por uma estrada o tempo todo a 80 quilômetros por hora. Complete a tabela.**

Tempo de percurso (horas)	Distância percorrida (quilômetros)
1	80
2	160
4	320
6	
	560
10	
t	

3. **Fui com minha mãe fazer compras na feira. Em uma barraca que vendia papaias havia este anúncio:**

APROVEITE!
PAGUE SÓ 4 REAIS POR 3
PAPAIS!

Minha mãe perguntou então: - Qual é o preço de cada papaia? Eu respondi que não sabia dividir 4 por 3. Então, ela me disse: Se você não sabe o preço de uma papaia, como vou descobrir o preço de 6 papaias? Aí, eu disse que isso era fácil! E também é fácil saber o preço de 9, 12 ou 15 papaias. Se você também percebeu, complete a tabela:

Números de papaias	**3**	**6**	**9**	**12**	**15**	**p**
Preço (R$)	**4,00**					

4. **Uma sala retangular tem 5,6 m de comprimento e a metade dessa medida de largura. Qual é a área dessa sala? Dica: Área do retângulo: largura x comprimento.**

5. **Determine o valor do □ na expressão: □ + 13 = 2 . □ + 17**

6. **O que é ÁLGEBRA para você?**

7. **Você acha necessário o uso do livro didático em sala de aula? Porquê?**

E.M.E.F "PREZIDEU AMORIM"

NOME:
TURMA: 7ª ____ DATA: 16/11/2006

Atividade de matemática

8. **A máquina copiadora está regulada para tirar 6 cópias de cada página do relatório. Complete a tabela ao lado.**

Número de páginas do relatório	Número de cópias
10	60
14	
21	
	138
	216
	p

9. **Imagine um automóvel rodando por uma estrada o tempo todo a 80 quilômetros por hora. Complete a tabela.**

Tempo de percurso (horas)	Distância percorrida (quilômetros)
1	80
2	160
4	320
6	
	560
10	
t	

10. **Fui com minha mãe fazer compras na feira. Em uma barraca que vendia papaias havia este anúncio:**

APROVEITE!
PAGUE SÓ 4 REAIS POR 3 PAPAIS!

11. **Minha mãe perguntou então: - Qual é o preço de cada papaia? Eu respondi que não sabia dividir 4 por 3. Então, ela me disse: Se você não sabe o preço de uma papaia, como vou descobrir o preço de 6 papaias? Aí, eu disse que isso era fácil! E também é fácil saber o preço de 9, 12 ou 15 papaias. Se você também percebeu, complete a tabela:**

Números de papaias	3	6	9	12	15	p
Preço (R$)	4,00					

12. **Uma sala retangular tem 5,6 m de comprimento e a metade dessa medida de largura. Qual é a área dessa sala? Dica: Área do retângulo: largura x comprimento.**

13. Determine o valor do □ na expressão: □ + 13 = 2 . □ + 17

14. O que você entende por álgebra?

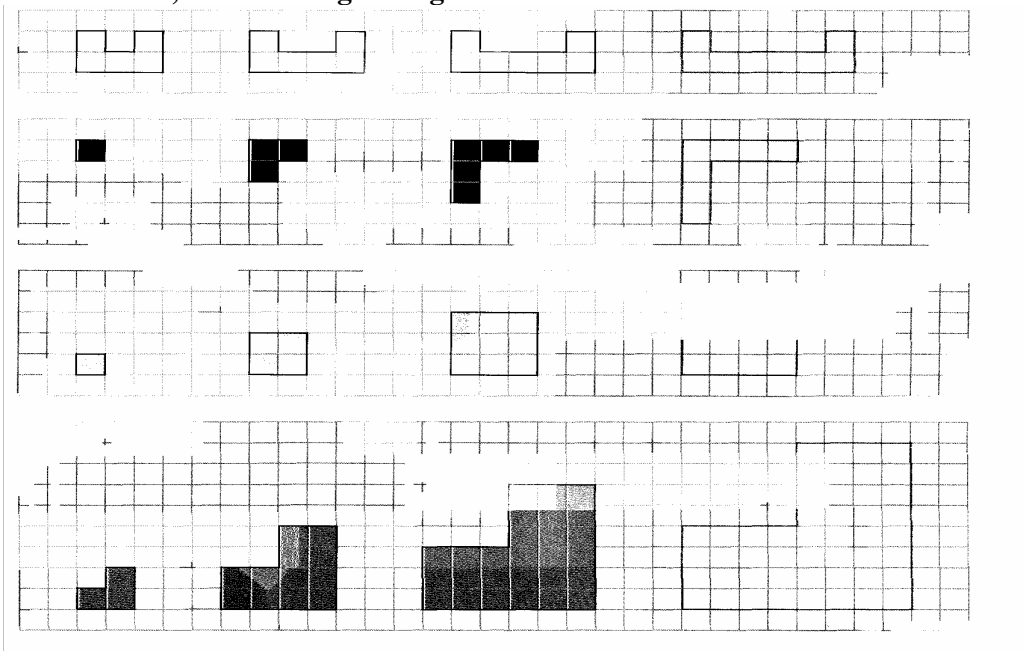
15. Você acha necessário o uso do livro didático em sala de aula? Porquê?

Atividade aplicada no quarto bimestre do ano de 2006, pela professora Gabriela.

NOME:
TURMA:

Atividade de matemática

16. Cada seqüência de figuras segue um padrão. Descubra qual é esse padrão e, em cada caso, desenhe a figura seguinte.



17. Complete a tabela com o número de quadradinhos de cada figura da atividade 1. Preencher a última coluna da tabela é um desafio. Pense um pouco, que você conseguirá responder sem precisar desenhar.

figura	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	10ª
	5	6	7		9	
	1	3	5	7	9	9
	1	1	9	6	4	0(
	3	12	7			

18. Determine o valor do □ na expressão: □ + 13 = 2 . □ + 17

19. O que você entende por álgebra?

20. Você acha necessário o uso do livro didático em sala de aula? Porquê?

21. Em um barco, há uma máquina que troca cédulas de 20 reais por outras de 5 reais (uma de 20 reais por quatro de 5 reais, claro!). Isso ajuda os comerciantes que precisam de troco.

Atividade aplicada no quarto bimestre do ano de 2006, pela professora Gabriela.

a) Seu João colocou na máquina 21 cédulas de 20 reais. Quantas cédulas de 5 reais ele recebeu?

b) Teresa recebeu 136 cédulas de 5 reais. Quantas cédulas de 20 reais ela colocou na máquina?

Atividade aplicada no quarto bimestre do ano de 2006, pela professora Gabriela.

Artigo II. Prefeitura Municipal de Vitória

DISCIPLINA : *MATEMÁTICA* Professor: Carlos

1. Confira !
   Esta é a nota de compras do supermercado da mãe de Fernanda.

Supermercado Boa Nova Ltda.
Rua Barão Monjardin, 615 – Vitoria – ES
Cupom Fiscal

Quantidade	Descrição	Valor
1	Arroz Extremo Sul	4,32
1	Queijo Prata Lanchão	6,16
1	Sabonete Lex Love	2,14
1	Refrigerante Capixaba	1,18
1	Café Pilão	3,27
1	Açúcar Adoçar	10,01
1	Feijão Preto Zulu	5,00
Total		32,08

Como ela desistiu de levar um dos produtos, deveria pagar só R$ 28,81. Descubra o preço e o produto que ela desistiu de comprar.

2. A conta abaixo representa o movimento de entrada e saída de dinheiro numa loja ao fim de um dia.

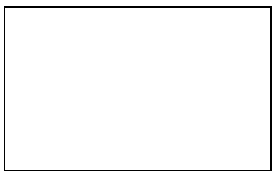
32,16
45,15
31,00
2,01
16,19
47,38
6,16
Total = 180,05

Ao conferir o dinheiro no caixa, o valor encontrado só foi R$178,04, pois uma das quantias que deveria ser somada foi esquecida. Descubra que quantia foi esquecida.

3. Divida o retângulo em *quatro* partes iguais.
   Pinte 1/3 de *uma das partes*. Que fração você pintou?

Atividade aplicada no quarto bimestre do ano de 2006, pela professora Gabriela.

4. Numa festa na escola, um bolo retangular foi dividido em *três partes iguais*. Uma dessas partes ficou na sala dos professores e foi repartida igualmente pelos *cinco professores* que lá estavam. Que fração do bolo cada professor comeu?



Bolo

5. Calcule a quantia paga em cada um dos itens abaixo.

a) 12 pãezinhos a R$ 0,15 cada um.

b) 1 / 2 (meio) kg de carne a R$ 4,96 o quilo.

Prefeitura Municipal de Vitória

Professor: Carlos

Atividade de Matemática

1. Determine os zeros das seguintes funções do 1º grau:

   a) $y = x - 3$

   b) $y = 2x - 8$

2. Verifique quais dos pontos abaixo pertencem à reta de equação $y = 3x + 1$

   a) A(2,7)

   b) B(1,0)

3. Represente graficamente as funções quadráticas abaixo:

   a) $y = x^2 - 4x + 1$

   b) $y = -x^2 + 1$

4. Qual é o vértice da parábola $y = 4 - x^2$?

5. As coordenadas do vértice da função $y = x^2 - 2x + 1$ são?

QUESTIONÁRIO: PROFESSORES

Nome:
Local: **Data: ____/___/____**

I.1) QUAL A SUA FORMAÇÃO?

I.2) QUAL SEU CAMPO DE ATUAÇÃO?
( ) somente ensino fundamental
( ) somente ensino médio
( ) ensinos fundamental e médio

I.3) QUAL SEU TEMPO DE MAGISTÉRIO?
( ) menos de 5 anos
( ) de 5 a 10 anos
( ) mais de 10 anos

II.1) ATUALMENTE QUAL O LIVRO ADOTADO NA ESCOLA QUE LECIONA?

II.2) A INTRODUÇÃO À ÁLGEBRA DEVE SER DADA QUANDO?
( ) antes da 5ª série
( ) a partir da 5ª série
( ) a partir da 6ª série
( ) a partir da 7ª série
( ) a partir da 8ª série
( ) somente no ensino médio?
POR QUÊ?

II.3) QUAIS DOS ASSUNTOS VOCÊ ACHA QUE O LIVRO DESENVOLVE, INTRODUZINDO O ESTUDO DA ÁLGEBRA?
( ) Áreas e Perímetros
( ) Expressões algébricas
( ) Equações
( ) Razões e Proporções
( ) Funções
( ) Qualquer uma delas
( ) Outros
SE VOCÊ MARCOU OUTROS, DIGA QUAIS.

II.4) QUAIS OS ASPECTOS DA VIDA PRÁTICA EM QUE VOCÊ PERCEBE O CONCEITO DE ÁLGEBRA?
( ) Compreensão de estatística de jornal
( ) Pagamentos de contas e impostos

( ) Nas indústrias
( ) Nos serviços de Engenharias
( ) Qualquer uma delas
( ) Outros
SE VOCÊ MARCOU OUTROS, DIGA QUAIS.

II.6) VOCÊ ACHA IMPORTANTE INTRODUZIR O ESTUDO DA ÁLGEBRA DE MANEIRA INTUITIVA, NÃO FORMALIZADA DURANTE O ENSINO FUNDAMENTAL?
( ) Sim ( ) Não

POR QUÊ?

II.5) A COLEÇÃO DE LIVRO ADOTADO PELA ESCOLA / PROFESSOR INTRODUZ A ÁLGEBRA DE MANEIRA INTUITIVA, NÃO FORMALIZADA DURANTE O ENSINO FUNDAMENTAL?
( ) Sim ( ) Não

EXPLIQUE

ANEXO

TERMO DE AUTORIZAÇÃO DE PARTICIPAÇÃO EM PESQUISA

Prezado professor (a), eu, Leandra Gonçalves dos Santos gostaria de convidá-lo (a) a participar de uma pesquisa em educação matemática. Para tanto gostaria de solicitar a sua autorização para participar como sujeito de uma pesquisa em educação matemática que estou iniciando. Esta pesquisa vai focalizar a introdução do pensamento algébrico em livros didáticos de matemática. Pretendo com esta pesquisa envolver autores de livros didáticos, um grupo de professores e um grupo de alunos para investigar e compreender a forma como é introduzida a álgebra em livros didáticos. Ao longo do desenvolvimento da pesquisa iremos nos encontrar para compartilhar os dados coletados e analisados. Com esta prática espero que possamos trabalhar de forma colaborativa e compartilhar em todas as fases as informações da pesquisa. Em qualquer momento, o professor (a professora) poderá desistir de participar desta investigação. Todas as informações que forem compartilhadas sobre o professor (a professora) vão permanecer em sigilo. Além disso, informo que todos os nomes e informações para identificarem o (a) professor (a) e o local de trabalho serão mantidos em sigilo. No relato final da investigação, nós utilizaremos nomes fictícios combinados com vocês.

Nome:

Local: Data:

Assinatura:

Atividade aplicada no quarto bimestre do ano de 2006, pela professora Gabriela.

ATIVIDADE: ALUNO

Nome:
Local: **Data: ____/___/____**

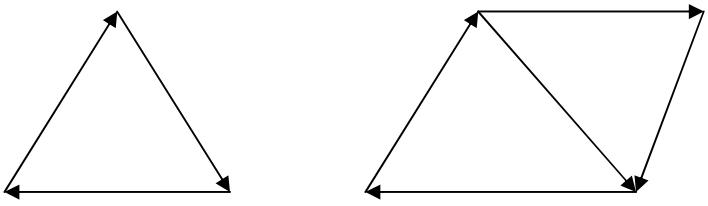
I.1) MOSTRE COMO VOCÊ RESOLVERIA OS PROBLEMAS ABAIXO:

F. O número 6 é ou não solução da equação 3x + 5 = 23? Justifique.

G. Lucas está desempregado e precisa de R$ 2.800,00 para pagar o aluguel de seu apartamento e de outras contas. Nilton emprestou a ele R$ 1.600,00 e ele vai fazer um "*bico*" para receber em duas vezes o valor restante para pagar o aluguel. Quanto ele vai receber em cada uma das vezes nesse "*bico*"?

H. Eram 200 bonequinhos para dividir com Carlos e André. Só que sua mãe queria 14 bonequinhos. Quantos bonequinhos Carlos e André ganharam?

I. Com 3 palitos de fósforo, faço um triângulo. Depois, acrescentando sempre 2 palitos, vou obtendo novos triângulos. Veja:



Complete a tabela abaixo:

Número de triângulos	Números de palitos
1	3
2	5
3	
4	
10	
15	

Atividade aplicada no quarto bimestre do ano de 2006, pela professora Gabriela.

20	

Se *p* representa o número de palitos e *t,* o número de triângulos, qual é a fórmula que relaciona *p* com *t ?*

J. Cada uma das sentenças a seguir tem sua correspondente. Por exemplo: *1* corresponde a *b.* Relacione as demais. Dicas:

- o valor do caderno é *x.*
- o lápis custa R$ 3,00 a menos do que o caderno.

6) A caneta custa o triplo do lápis.
7) A mochila custa R$ 15,00 a mais que o caderno.
8) A pasta custa a metade do caderno.
9) O esquadro custa R$ 1,00 a menos do que a pasta.
10) O preço do estojo equivale ao do caderno e ao da pasta juntos.

f) $x + (x : 2)$
g) $3(x - 3)$
h) $(x : 2) - 1$
i) $x + 15$
j) $x : 2$

II.2) QUAIS SITUAÇÕES DE SEU COTIDIANO VOCÊ PERCEBE QUE ESTÁ USANDO A ÁLGEBRA? POR EXEMPLO: EM SITUAÇÕES COMO A DESCRITA ABAIXO.

"Eram 200 bonequinhos para dividir com Carlos e André. Só que sua mãe queria 14 bonequinhos. Quantos bonequinhos Carlos e André ganharam?"

III.1) PRA VOCÊ O LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA ADOTADO EM SUA ESCOLA TEM UMA LINGUAGEM CLARA NO ENSINO DA ÁLGEBRA? EXPLIQUE

TERMO DE AUTORIZAÇÃO DE PARTICIPAÇÃO EM PESQUISA

Prezado diretor (a) desta Instituição, eu, Leandra Gonçalves dos Santos gostaria de convidá-lo (a) a participar de uma pesquisa em educação matemática. Para tanto gostaria de solicitar a sua autorização para que o professor de matemática e alunos a participe como sujeitos de uma pesquisa em educação matemática que estou iniciando. Esta pesquisa vai focalizar a introdução do pensamento algébrico em livros didáticos de matemática. Pretendo com esta pesquisa envolver autores de livros didáticos, um grupo de professores e um grupo de alunos para investigar e compreender a forma como é introduzida a álgebra em livros didáticos. Ao longo do desenvolvimento da pesquisa iremos nos encontrar para compartilhar os dados coletados e analisados. Com esta prática espero que possamos trabalhar de forma colaborativa e compartilhar em todas as fases as informações da pesquisa. Em qualquer momento, o diretor (a) poderá desistir de participar desta investigação. Todas as informações que forem compartilhadas sobre o professor (a professora) e alunos vão permanecer em sigilo. Além disso, informo que todos os nomes e informações para identificarem o (a) professor (a), alunos e o local de trabalho serão mantidos em sigilo. No relato final da investigação, nós utilizaremos nomes fictícios combinados com vocês.

Nome:

Local: Data:

Assinatura:

Questionário

Professor Pesquisado:

6. o que é matemática para você?
7. comparando a matemática com um bicho: você acha que ela seria como _____. Porquê?
8. o que é educação matemática para você?
9. o que é Álgebra para você?
10. o que pensamento algébrico para você?

Atividade aplicada no quarto bimestre do ano de 2006, pela professora Gabriela.

Prefeitura Municipal de Cariacica

ATIVIDADE DE MATEMÁTICA

NOME: DATA:
SÉRIE:
PROFESSORA:

1. A tabela a seguir representa o valor de alimentos em três feiras, em bairros diferentes de Cariacica. Observe a tabela e responda as perguntas abaixo:

Produtos	Feira A	Feira B	Feira C
Batata	R$ 0,68 por kg	R$ 1,41 por kg	R$ 0,95 por kg
Aipim	R$ 1,38 por kg	R$ 0,67 por kg	R$ 0,58 por kg
Limão	R$ 1,00 por kg	R$ 0,65 por kg	R$ 0,60 por kg
Tomate	R$ 2,30 por kg	R$ 2,33 por kg	R$ 2,00 por kg
Cebola	R$ 1,26 por kg	R$ 0,45 por kg	R$ 0,94 por kg
Abacate	R$ 1,40 por unidade	R$ 0,67 por unidade	R$ 0,69 por unidade
Cenoura	R$ 1,10 por kg	R$ 1,11 por kg	R$ 0,99 por kg
Pêra beterraba	R$ 2,70 por kg	R$ 1,49 por kg	R$ 1,75 por kg
Beterraba	R$ 1,90 por kg	R$ 1,46 por kg	R$ 1,49 por kg
Laranja	R$ 0,80 por kg	R$ 1,30 por kg	R$ 0,68 por kg
Mamão	R$ 1,50 por unidade	R$ 0,59 por unidade	R$ 1,25 por unidade

a) Construa uma lista de compras para uma semana, indicando as quantidades e os preços de cada produto. Verifique qual seria sua despesa mensal em cada feira.
b) Em qual das feiras a sua compra saiu mais barata?
c) Qual seria sua despesa mensal?
d) Você acha que todos os seus colegas gastaram a mesma coisa que você? Explique sua resposta.
e) Quanto você pagará por 5 kg de limão na feira A? E na feira B?
f) Quantos quilos de beterraba você poderá comprar na feira A com R$ 6,00 se tiver que reservar R$ 0,30?
g) Quantos quilos de batata você pode comprar com R$ 3,40 na feira A? E na feira C?
h) Ao comprar 2 quilos de tomate na feira B, você receberá R$ 0,34 de troco. Que nota você tinha dado para efetuar esta compra?
i) Com uma nota de R$ 10,00, você terá que comprar tomate e ainda terá que reservar R$ 0,80 para sua passagem. Se você for fazer a compra na feira A, quantos quilos de tomate você poderá comprar?
j) Pagando 2 quilos de pêra na feira C com uma nota de R$ 5,00, quanto você receberá de troco?

Atividade aplicada no quarto bimestre do ano de 2006, pela professora Gabriela.